

Géodésie chronométrique relativiste

Gérard Petit

Bureau International des Poids et
Mesures

92312 Sèvres Cedex, France

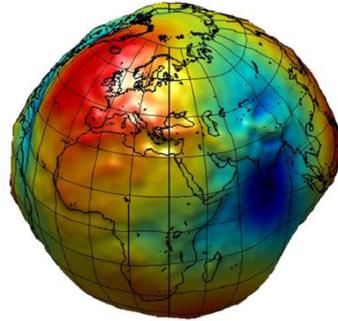


Bureau
International des
Poids et
Mesures

La seconde atomique a 50 ans

Géodésie chronométrique relativiste ????????????

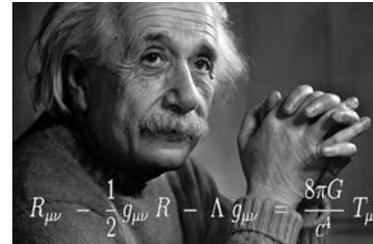
◆ Géodésie



◆ Chronométrique



◆ Relativiste



Comment des horloges vont aider à mesurer la Terre ?

Résumé

- ◆ **Temps, horloges et relativité**
- ◆ Mesurer la “forme de la Terre” et le niveau des mers
- ◆ Que vont apporter les nouvelles horloges ?

Mais qu'est ce que le temps?



« On peut surmonter toutes les difficultés associées à la définition du mot ' temps ' en le remplaçant par ' la position de la petite aiguille de ma montre ' » (A. Einstein)

Donc « Le temps, c'est ce qui est mesuré par une horloge »??

Temps comme durée
(ce que mesure une horloge)

- ◆ eine Stunde, one hour
- ◆ sablier, chronomètre de marine, pendule, quartz ...

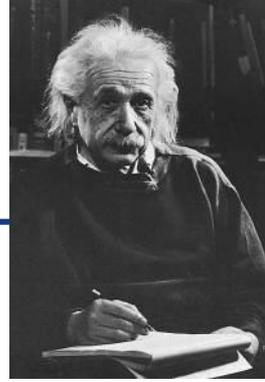


Temps comme date
(ce qui permet de dater un événement)

- ◆ eine Uhr, one O'clock
- ◆ suite des jours + cadran solaire (rotation de la Terre)

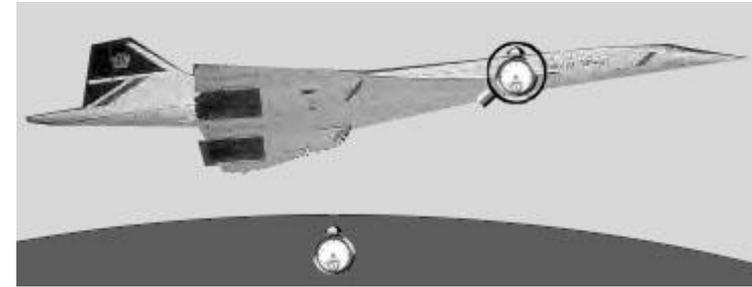


La relativité du temps



- ◆ Ces deux sens, temps-durée et temps-date, recouvrent une différence fondamentale, révélée par la théorie de la relativité.
- ◆ Le temps-durée (**temps propre τ** en relativité) n'est valable qu'au voisinage de l'horloge qui le réalise.

Deux horloges situées en des lieux différents ou en mouvement l'une par rapport à l'autre marquent des temps différents.



- ◆ Le temps-date (**temps-coordonnée t** en relativité) sert à dater les événements.

- ◆ Mais la durée entre deux événements n'est plus (exactement) égale à la différence entre les dates de ces deux événements.

Temps propre \leftrightarrow Temps-coordonnée

$$d\tau / dt = 1 - 1/c^2 [U(t,x) + v(t,x)^2/2] + O(c^{-4})$$

$$U \approx GM/r$$

où U est le potentiel gravitationnel à la position de l'horloge et v sa vitesse

Formulation Relativiste: comparer deux horloges

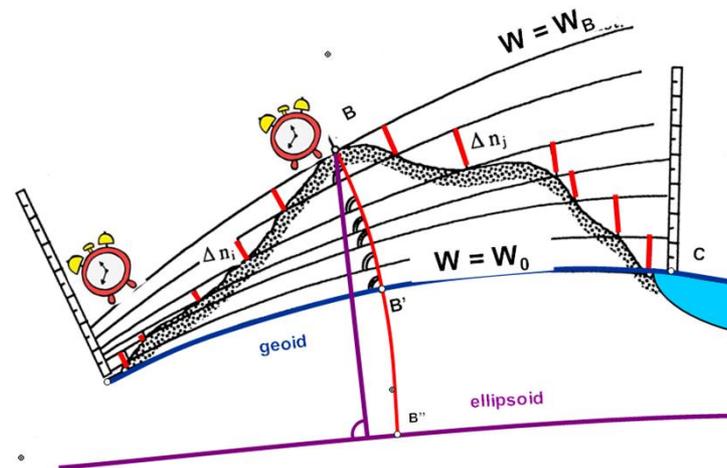
- ◆ Pour une horloge immobile sur Terre, v est seulement la vitesse due à la rotation de la Terre ω

$$d\tau / dt = 1 - 1/c^2 [U(t,x) + \omega^2 r^2/2]$$

$$d\tau / dt = 1 - W/c^2$$

où **W est le potentiel de pesanteur (gravitation + rotation)** à l'emplacement de l'horloge.

- ◆ Pour deux horloges: $d\tau_A / d\tau_B \approx 1 + (W_B - W_A)/c^2$
- ◆ Deux horloges idéales, avec une même valeur du potentiel de pesanteur, ont la même marche
- ◆ Pour comparer deux horloges il faut prendre en compte la différence du potentiel de pesanteur aux deux points.



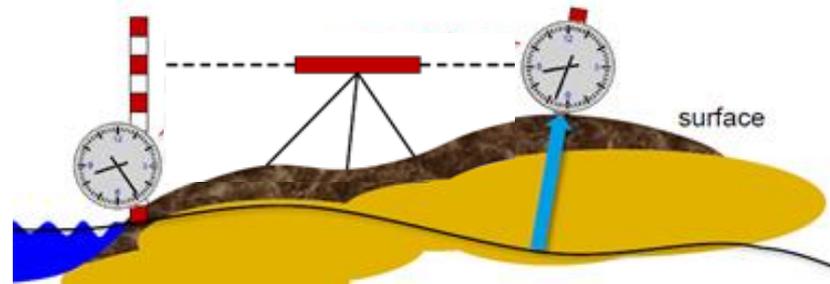
Pour comparer deux horloges...

$$d\tau_A/d\tau_B \approx 1 + (W_B - W_A)/c^2$$

- ◆ Cet effet de “**décalage relativiste de la fréquence**” d’une horloge n’est **pas du tout négligeable** pour les horloges atomiques:
 - Environ 1×10^{-16} sur la fréquence par mètre d’altitude
 - Environ 1.7×10^{-13} entre le labo américain du NIST à Boulder (Colorado) et l’Observatoire de Paris
 - Environ 4.5×10^{-10} entre une horloge sur Terre et une horloge d’un satellite GPS

Il faut absolument en tenir compte pour comparer les horloges!

- ◆ Si les deux horloges sont assez proches, on peut calculer $\Delta W = - \int g \cdot dH$ en intégrant sur le trajet les reliant (g = accélération de la pesanteur, H = altitude)
- ◆ On a donc besoin de connaître l’accélération de la pesanteur et la différence d’altitude

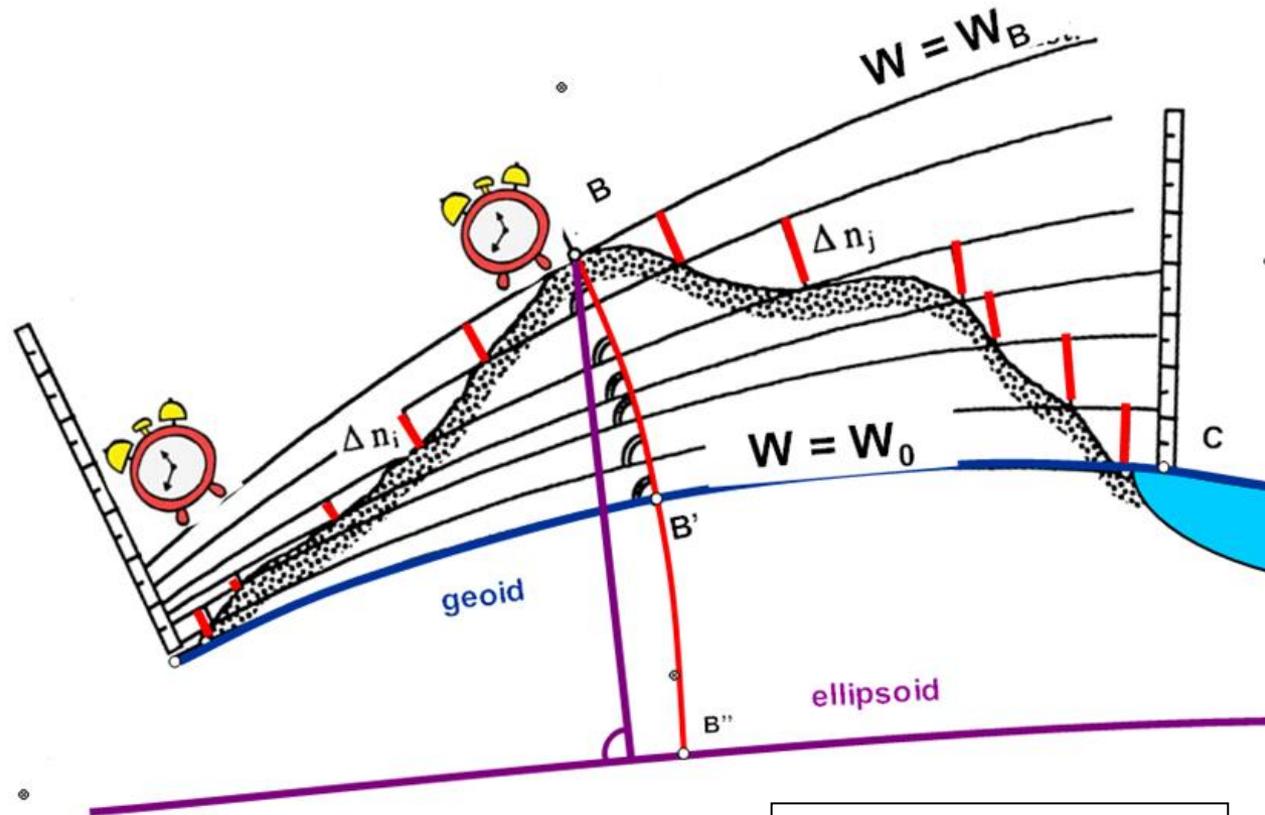


Pour comparer deux horloges...

$$d\tau_A/d\tau_B \approx 1 + (W_B - W_A)/c^2$$

- ◆ On peut aussi utiliser directement le potentiel W donné par un modèle global
- ◆ A noter une équipotentielle particulière: le géoïde (~niveau moyen des mers)

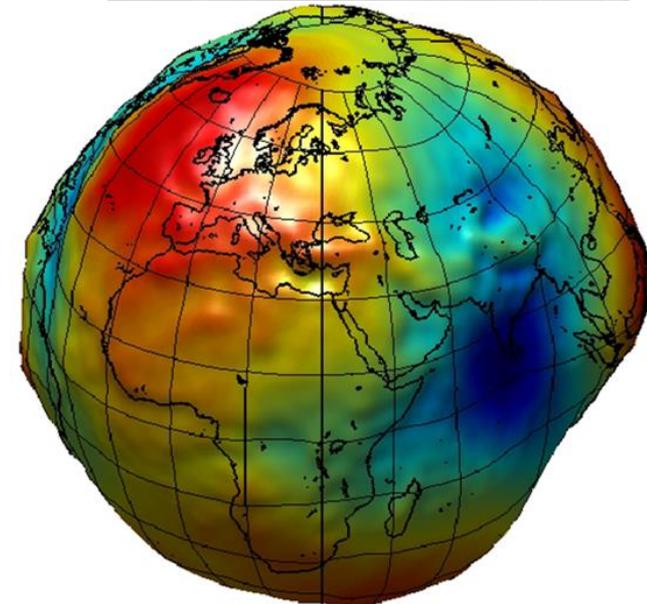
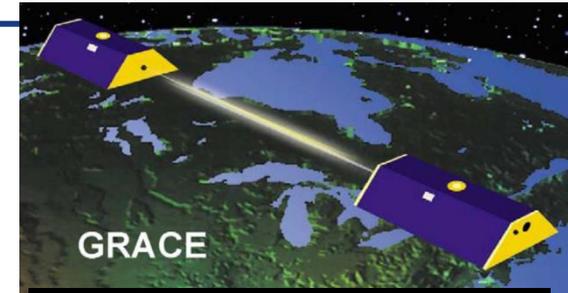
$$W = W_0$$



-
- ◆ Temps, horloges et relativité
 - ◆ **Mesurer la “forme de la Terre” et le niveau des mers**
 - ◆ Que vont apporter les nouvelles horloges ?

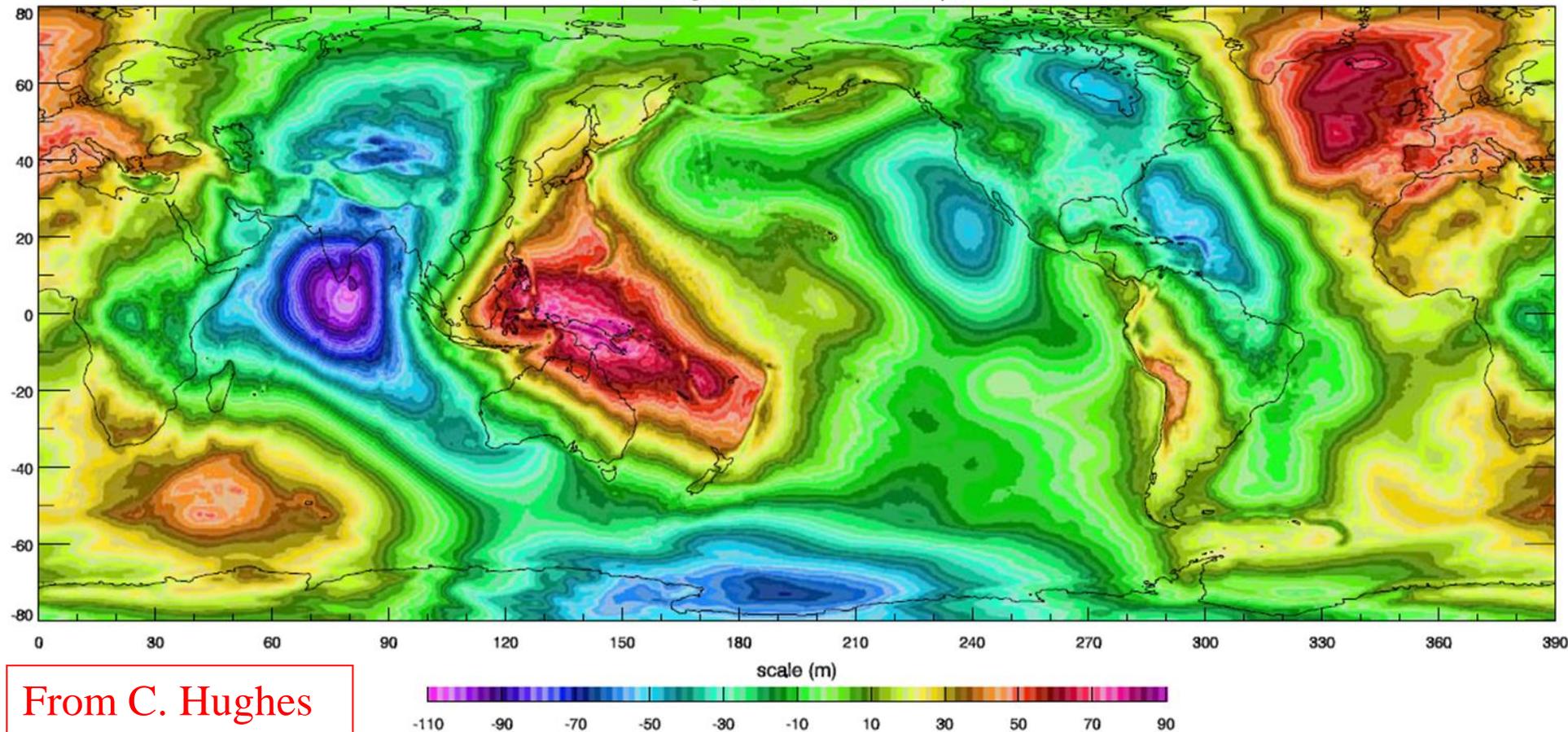
Modèles globaux du potentiel gravitationnel terrestre

- ◆ Des satellites dédiés permettent de déterminer de manière de plus en plus fine, et de manière globale, le potentiel de pesanteur de la Terre et son équipotentielle de référence, **le géoïde**.
- ◆ Ces modèles globaux ne représentent pas bien les variations locales de la pesanteur, qui doivent être “ajoutées” par des mesures locales.
- ◆ Les “grandes longueurs d’onde” du géoïde sont déterminées avec une exactitude de quelques cm.



Le géoïde

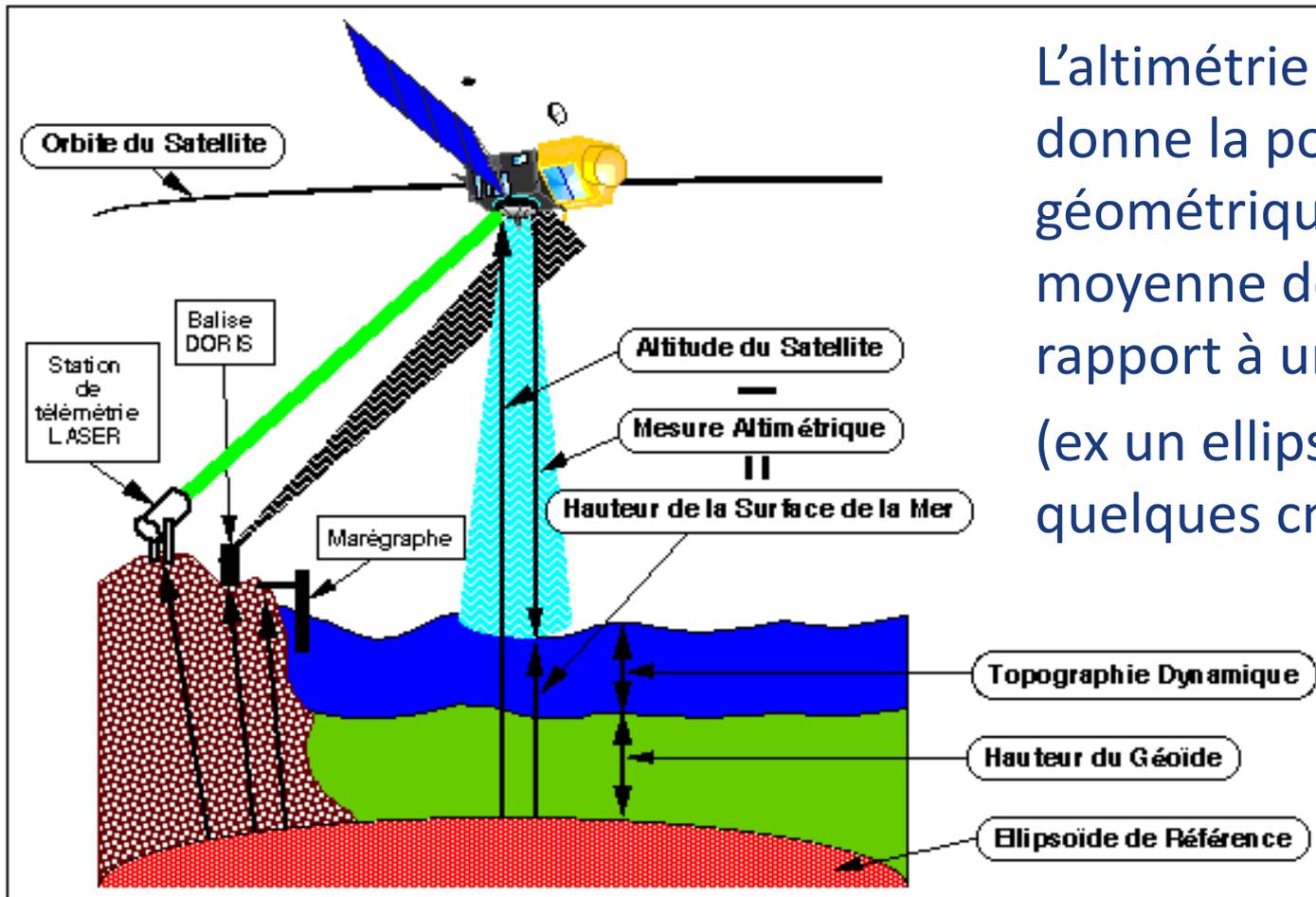
Geoid height relative to a reference ellipsoid



From C. Hughes

Les modèles satellitaires déterminent très bien la forme globale du géoïde: exactitude moyenne de quelques cm sur une surface qui diffère d'un ellipsoïde de quelque 200 m

Altimétrie par satellite et niveau de la mer

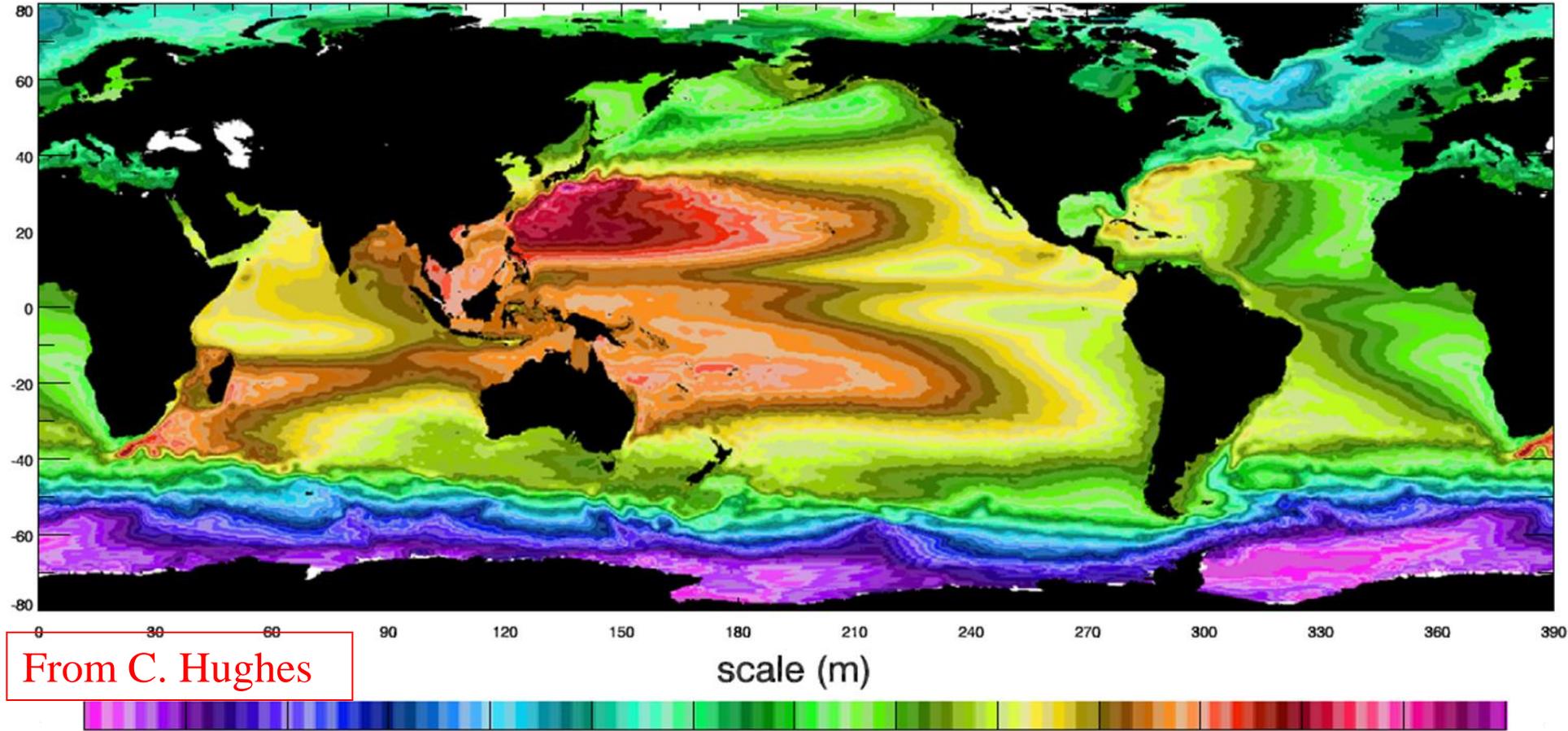


L'altimétrie radar par satellite donne la position géométrique de la surface moyenne de la mer par rapport à une référence (ex un ellipsoïde) avec quelques cm d'exactitude

<http://wwwrc.obs-azur.fr/cerga/gmc/>

Le géoïde et le niveau moyen des mers

Ocean dynamic topography

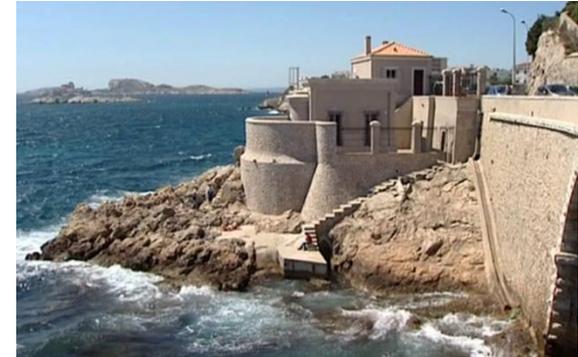


-2.00 -1.75 -1.50 -1.25 -1.00 -0.75 -0.50 -0.25 0.00 0.25 0.50 0.75 1.00 1.25 1.50

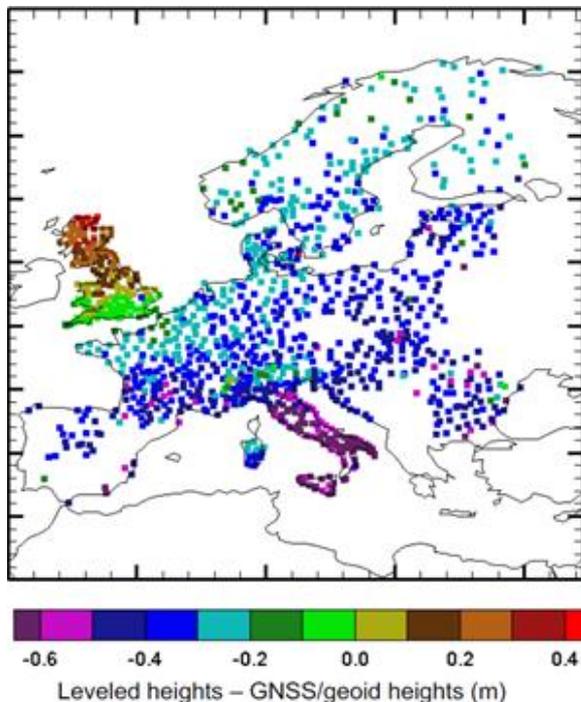
Le niveau moyen des mers diffère du géoïde: c'est la **topographie dynamique des océans**, due aux courants et aux vents (+/- 2 m)

Vu de près, c'est plus compliqué (mais c'est là qu'on vit....)

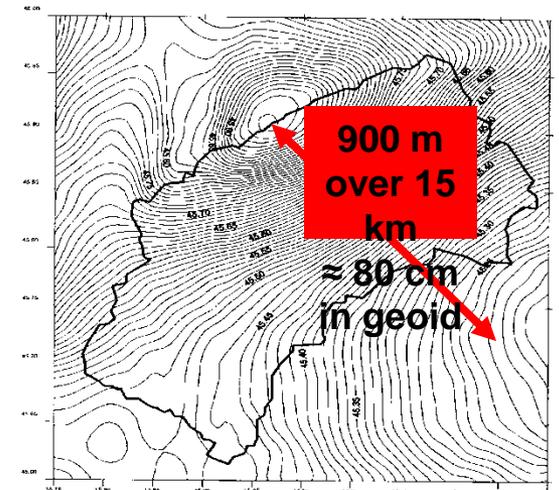
- ◆ L'altimétrie radar n'est pas aussi précise au voisinage des côtes qu'en pleine mer, de même que les modèles de topographie dynamique des océans. Or c'est là que se situent les marégraphes, points de référence des altitudes.



- ◆ Le géoïde est plus difficile à évaluer sur les continents
- ◆ Un relief escarpé peut bosseler le géoïde ...



- ◆ Les réseaux nationaux d'altitude diffèrent de plusieurs décimètres



La seconde atomique a 50 ans

-
- ◆ Temps, horloges et relativité
 - ◆ Mesurer la “forme de la Terre” et le niveau des mers
 - ◆ **Que vont apporter les nouvelles horloges ?**

Comparer deux horloges

- ◆ Décalage relativiste de fréquence. $d\tau_A / d\tau_B \approx 1 + (W_B - W_A)/c^2$
où **W est le potentiel de pesanteur (gravitation + rotation)** à l'emplacement de l'horloge.
- ◆ Pour pouvoir comparer deux horloges il faut pouvoir calculer leur décalage relativiste de fréquence avec une exactitude meilleure que leur exactitude propre, donc on a besoin de la géodésie.
- ◆ Pour les fontaines à Cs actuelles (exactitude de fréquence de 1×10^{-16} , soit environ 1 m sur l'altitude), c'est assez facile à obtenir.
- ◆ Pour les nouvelles horloges à 10^{-18} ...????????????

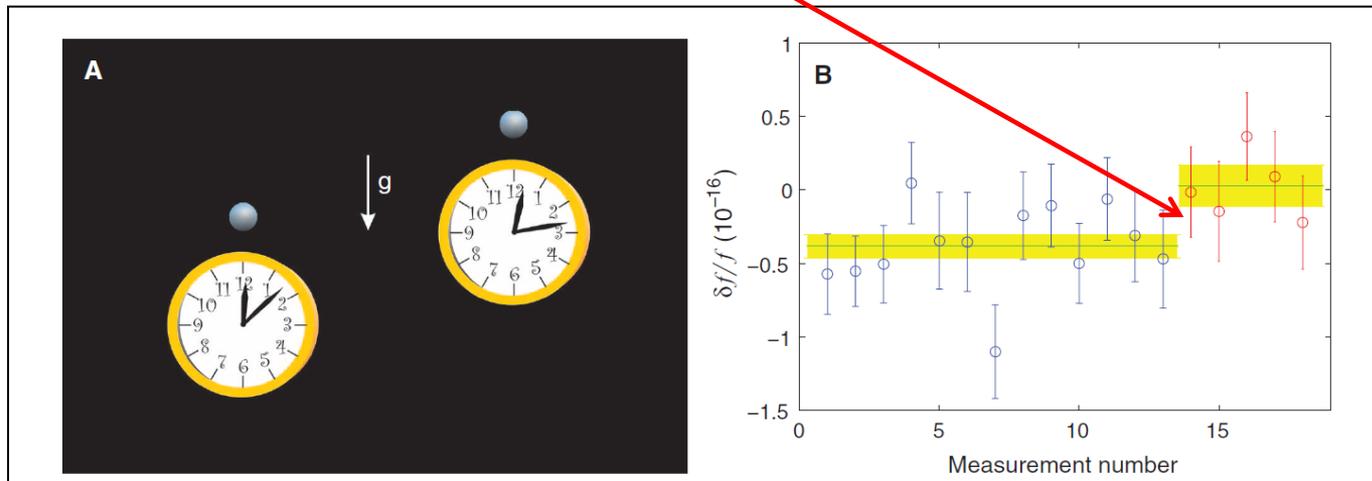
Mais on peut inverser le problème

Géodésie chronométrique relativiste: les conditions...

- ◆ Si on a des horloges exactes (ou répétables) au niveau de 1×10^{-18}
 - Plusieurs types d'horloges optiques ont déjà atteint ce niveau de performance. (présentation S. Bize)
 - Reste à les rendre fiables, transportables,...
- ◆ Et si on peut les comparer entre elles au niveau de 1×10^{-18}
 - Par exemple avec des liens fibrés (sur un continent) (présentation A. Amy-Klein)
- ◆ **Alors on pourra mesurer directement le potentiel de pesanteur , et donc les altitudes, au niveau de 1cm,** partout où on pourra mettre ces horloges et les comparer

Validation déjà faite ... pour deux horloges côte à côte!

- ◆ Deux horloges à ions dans le même laboratoire
- ◆ On déplace l'une d'elles de quelques dm



[Chou et al. Science 2010] “the clocks exhibit (Fig. 3) a fractional frequency change of $(4.1 \pm 1.6) \times 10^{-17}$. When this shift is interpreted as a measurement of the change in height of the Al-Mg clock, the result of 37 ± 15 cm agrees well with the known value of 33 cm.”

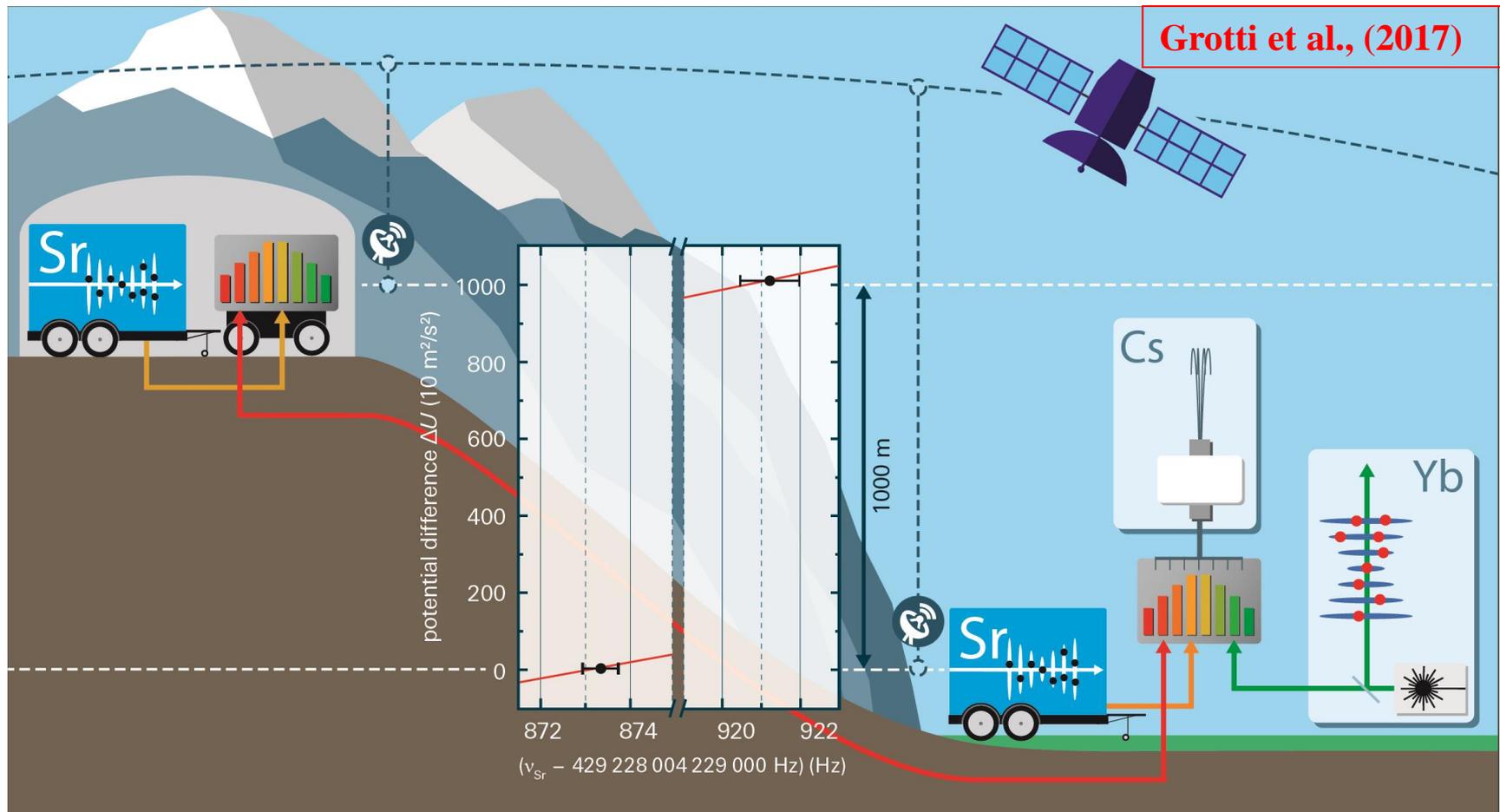
Comparer des horloges exactes à 10^{-18} , à distance

- ◆ Des horloges exactes à 10^{-18} se trouveront dans les laboratoires T/F.
- ◆ Des horloges transportables existeront
 - Horloge Sr de la PTB
 - 10^{-17} démontré, 10^{-18} possible
- ◆ Comment les comparer à 10^{-18} ?
- ◆ Des réseaux fibrés
 - Exactitude de 10^{-18} démontrée
 - Développement rapide en Europe
 - Liaisons jusqu'à 2000 km
- ◆ Et entre les continents??????????????????



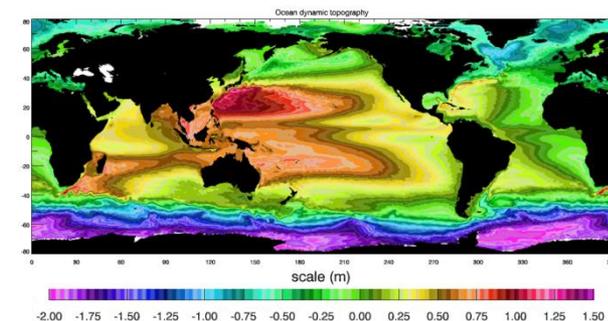
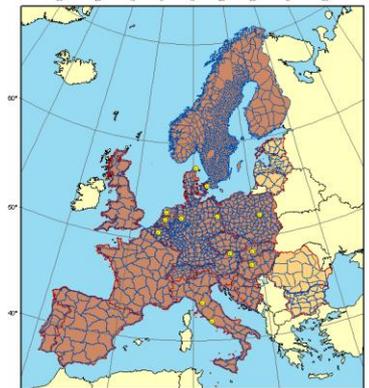
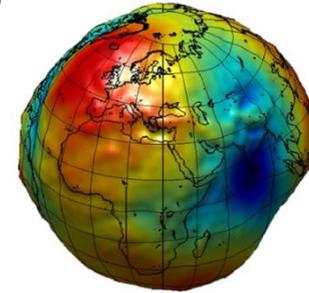
Expérience avec une horloge transportable

- ◆ Horloge Sr étalonnée à Turin (fontaine Cs), puis transportée au Tunnel du Fréjus;
- ◆ Horloge Sr dans le tunnel comparée à la fontaine de Turin par lien fibré;
- ◆ Première expérience: 10^{-16} « seulement », mais démontre la faisabilité



Pourquoi mesurer le potentiel de pesanteur?

- ◆ Les horloges sont donc des instruments qui mesurent directement le potentiel de pesanteur (en fait les différences de potentiel).
- ◆ Que peut-on en faire?
- ◆ Valider (et/ou améliorer) les modèles globaux et régionaux de potentiel et de géoïde;
- ◆ Unifier les références d'altitude de tous les pays;
- ◆ Etudier les phénomènes qui font varier l'altitude;
- ◆ Mesurer la topographie dynamique des océans
- ◆



Le niveau des mers sur la côte

- ◆ On mesure bien le niveau moyen de la mer sur la côte, et comment il a varié au cours du temps (marégraphe).
- ◆ Mais on ne connaît pas bien, au niveau du marégraphe, la valeur du potentiel gravitationnel (cad l'emplacement exact du géoïde) ni la valeur de la topographie dynamique de l'océan.
- ◆ Si on sait bien, globalement, pourquoi le niveau de la mer change et si on peut raisonnablement prévoir son évolution, il est beaucoup plus difficile de le prévoir sur les côtes...

La géodésie chronométrique relativiste pourra fournir cette information.

Et c'est sur la côte que cela compte le plus!



Conclusions

- ◆ La relativité relie le temps donné par une horloge et le potentiel de pesanteur.
- ◆ Les horloges du futur seront tellement exactes qu'on ne connaîtra pas assez bien le potentiel de pesanteur pour pouvoir les comparer.
- ◆ Au contraire, on comparera les horloges pour mesurer le potentiel de pesanteur.
- ◆ Cela ouvre un nouveau domaine, la géodésie chronométrique (relativiste) qui aidera à mieux connaître la Terre en général et le niveau des mers en particulier.

