



Le bruit dans les lasers femtosecondes

*Talence le 18/01/2018*

# Mesures de Bruits

*Jacques Millo*

FEMTO-ST, Besançon

Bruit de phase RF – RIN – Bruit de fréquence optique



# Mesures de bruits de phase / fréquence

## Bruit phase absolu

C'est le bruit d'une sources de fréquence

RF, optique :

- Oscillateur
- Laser
- VCO, DRO ...
- Synthétiseur de fréquence (et DDS)
- Fréquence de répétition de laser fs
- ...

## Coefficient de conversion

Exemple : Photodiodes convertissent un peu de bruit d'intensité en bruit de phase

## Bruit de phase résiduel

C'est le bruit ajouté par un composant / élément :

- Amplificateur
- Résonateur
- Diviseur / Multiplicateur de fréquence
- Ligne de transmission non linéaire (NLTL)
- Mélangeur de fréquence
- Diode laser et/ou photodiode (AM)
- Isolateur
- câble coaxial
- Fibre optique (AM)
- Atmosphère
- ...

# Bruit de phase

Signal de l'oscillateur (sans bruit d'amplitude) :  $E(t) = E_0 \sin(\omega t + \phi(t))$

Pulsation idéale (sans bruit) :  $\omega = 2\pi\nu$

Phase :  $\phi(t) = \phi_0 + \varphi(t)$

Phase initiale  
→ constante

Fluctuations/bruit  
de phase

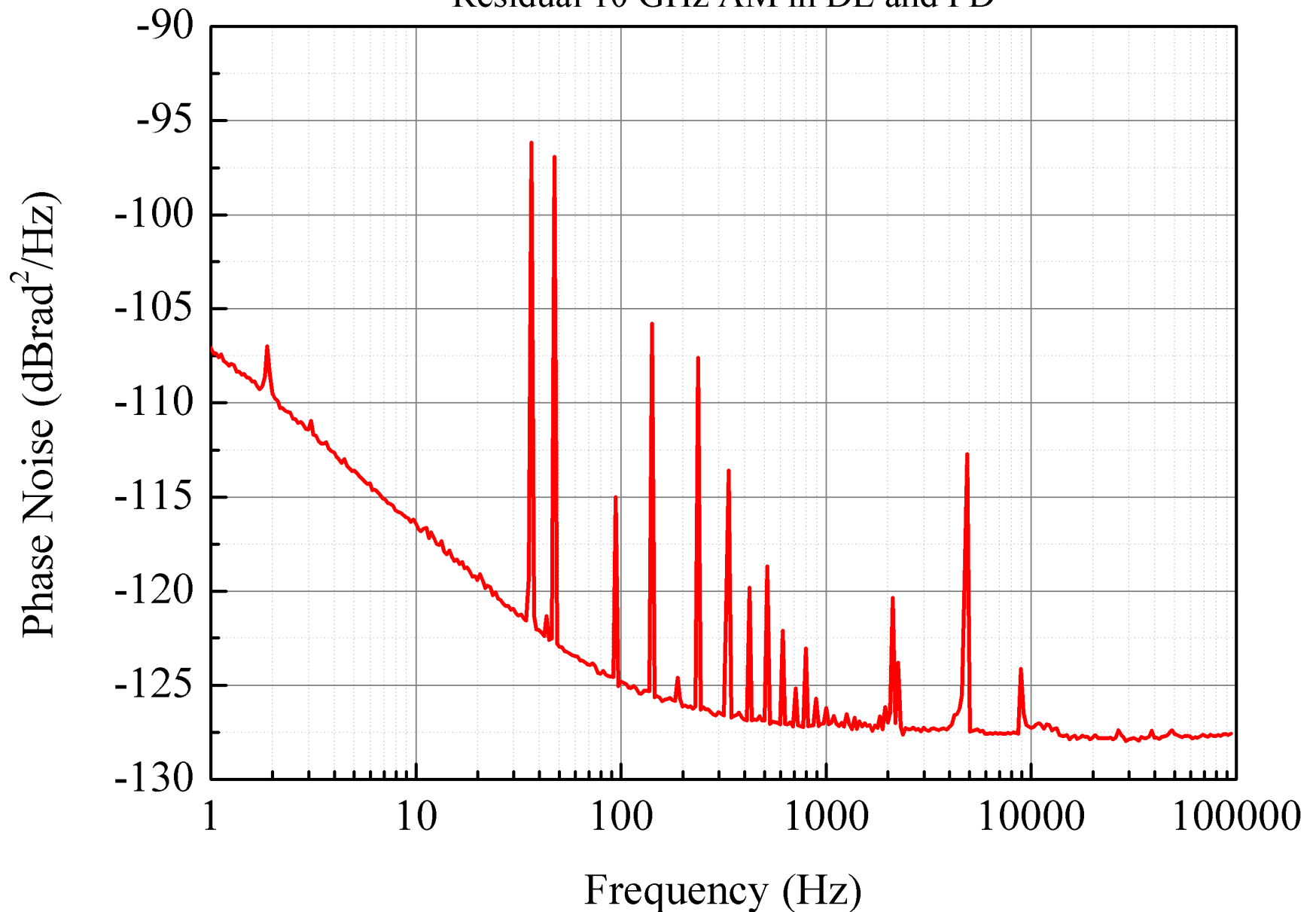
Densité spectrale de puissance  
de bruit de phase :  
*Power spectral density (PSD) of  
phase noise*

$$\left\{ \begin{array}{l} S_\varphi(f) \text{ en rad}^2/\text{Hz} \\ 10 \log S_\varphi(f) \text{ en dB rad}^2/\text{Hz} \\ L(f) = 10 \log \left( \frac{1}{2} S_\varphi(f) \right) \text{ en dBc/Hz} \end{array} \right.$$

Relation bruit de phase – bruit de fréquence:  $\left\{ \begin{array}{l} \delta\nu(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi(t)}{dt} \\ S_{\delta\nu}(f) = f^2 S_\varphi(f) \end{array} \right.$

# Densité spectrale de Bruit de Phase

Residual 10 GHz AM in DL and PD

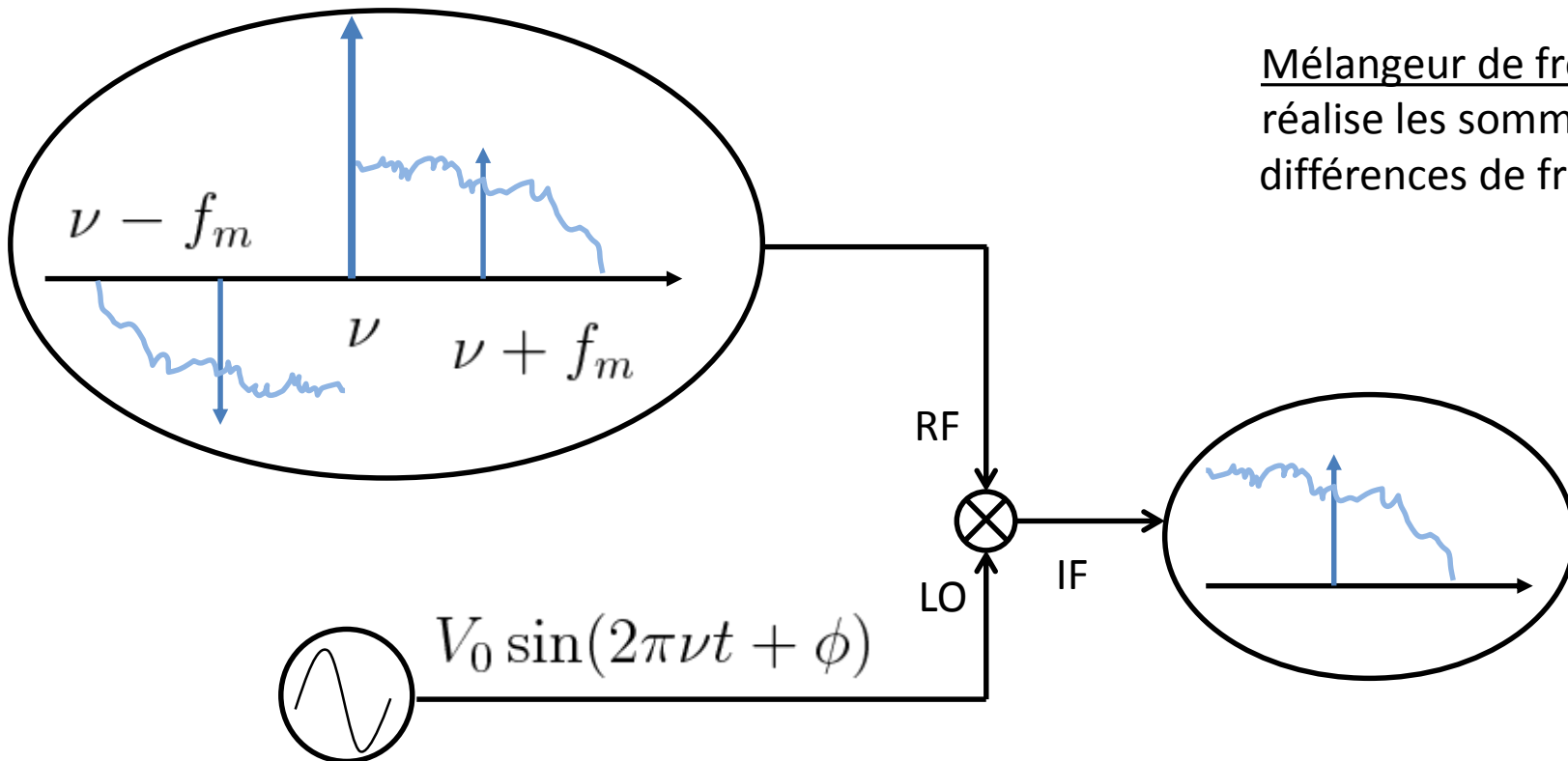


# Mesure du Bruit de Phase

$$E(t) = E_0 \sin(\omega t + \varphi(t))$$

Problématique : accéder à une modulation de phase  
→ Démodulation

Mélangeur de fréquence  
réalise les sommes et les différences de fréquence



# Mesure Homodyne

Mesure du bruit d'un oscillateur par comparaison directe de fréquence

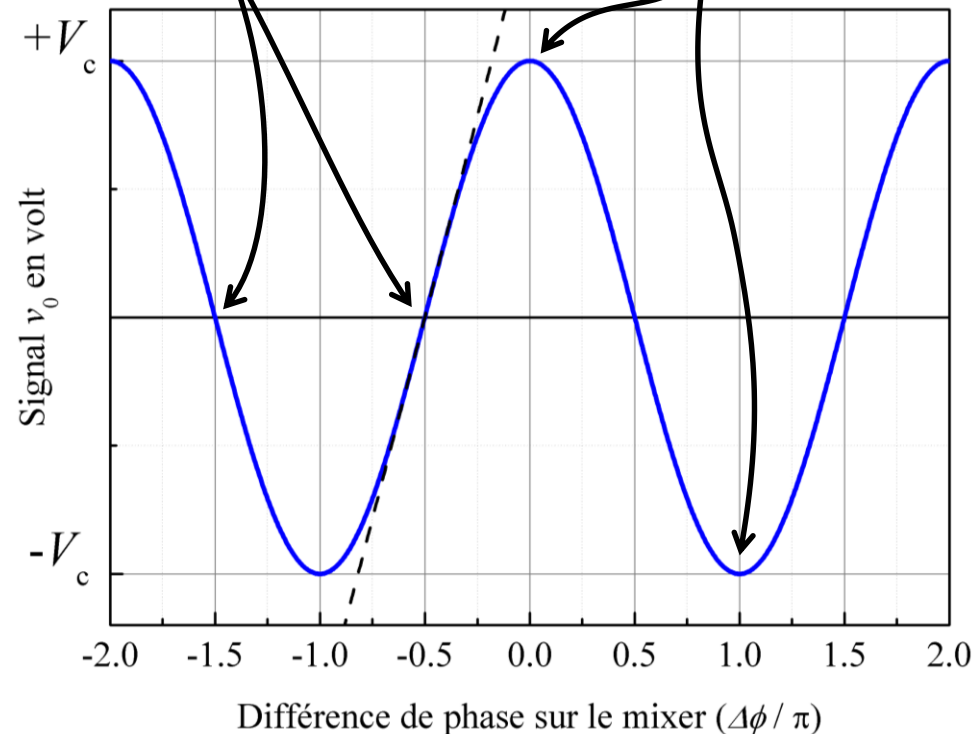
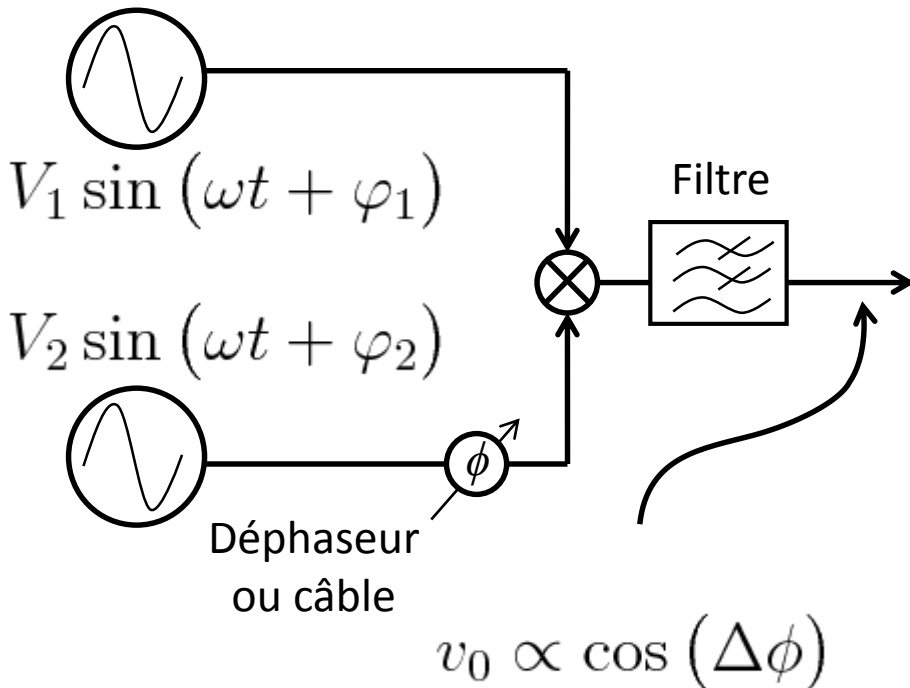
Sensibilité au **bruit de phase**

avec un coefficient :

- Signaux en quadrature
- Sensibilité  $V_c$

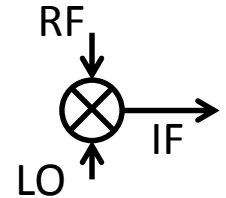
Sensibilité au **bruit d'amplitude**  
des deux sources

signaux en phase / opposition de phase



# Mesure Homodyne

Mesure de la sensibilité du mélangeur :  $k_d$



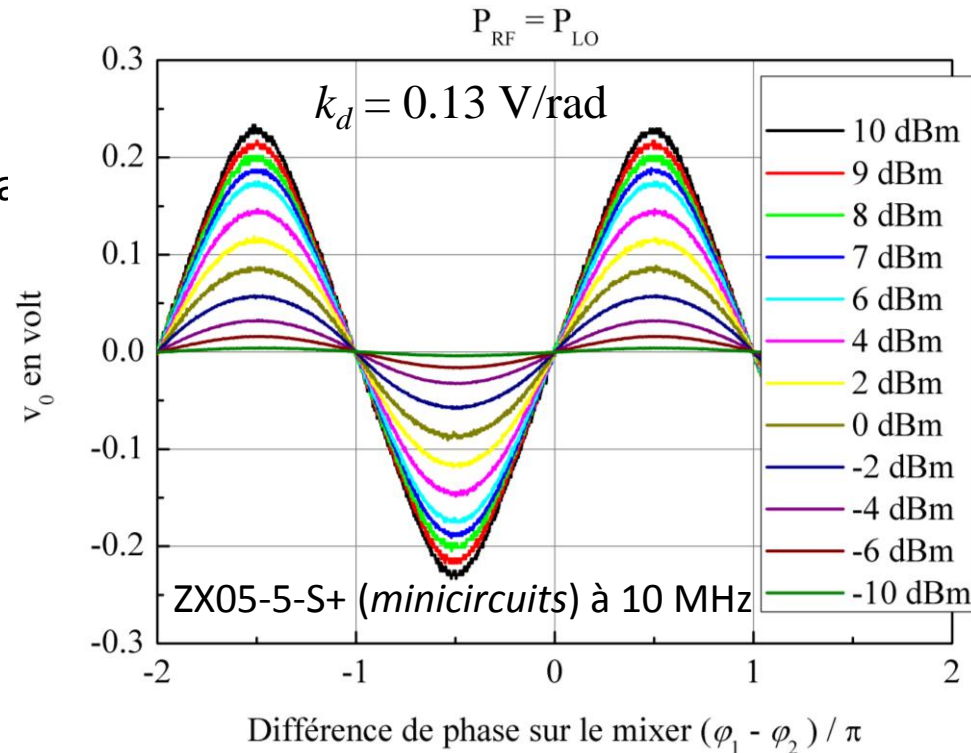
- RF et LO doit être adapté à la fréquence des signaux (50  $\Omega$ )
- IF doit permettre de transmettre le signal DC (et assimilé)
- Dépend du modèle et surtout de la bande de fréquence (techno)
- De puissance incidentes
  - ➔ Chercher à avoir une puissance élevé
  - ➔ Puissance équilibré
  - ➔ Phénomène de saturation à forte puissance

Si la mesure de la pente réelle n'est pas possible, mesurer  $V_{\max}$  et  $V_{\min}$  à l'aide du déphaseur :

• Si  $P > 0$  dBm 
$$k_d = \frac{V_{\max} - V_{\min}}{\pi}$$

• Si  $P < 0$  dBm 
$$k_d = \frac{V_{\max} - V_{\min}}{2}$$

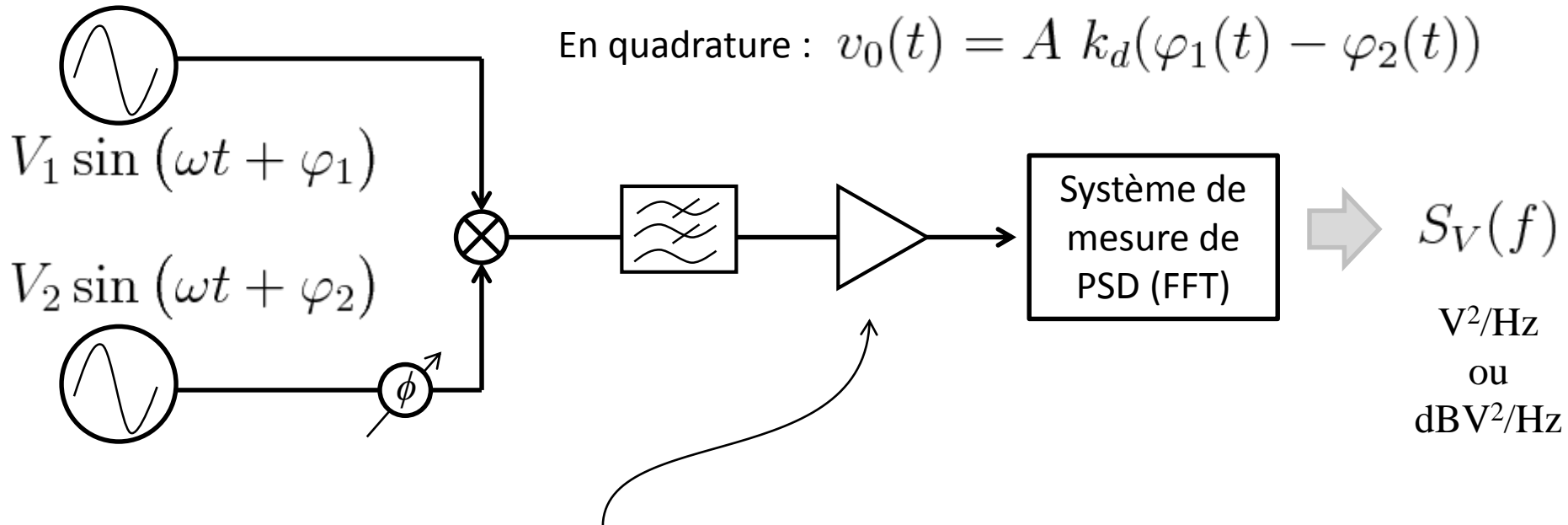
$20 \log (\pi/2) \simeq 4 \text{ dB} !!!$



En micro-onde (6 – 12 GHz) :  $k_d = 0.3 \text{ V/rad}$

# Mesure Homodyne

Mesure de la PSD



Amplificateur bas bruit

➔ Augmenter le niveau de signal par rapport au bruit du FFT

- Bruit de tension inférieur à  $10 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}} \leftrightarrow 10^{-16} \text{ V}^2/\text{Hz}$
- Bande passante DC – 1 MHz
- Adapté sur  $50 \Omega$  entré (imp. en sortie dépend du FFT)
- $G = 20 \log(A)$

$$S_\varphi(f) = \frac{S_V(f)}{k_d^2 A^2}$$



# Appareils de mesures pour la PSD

Le nom « commercial » est généralement *dynamic signal analyzer*

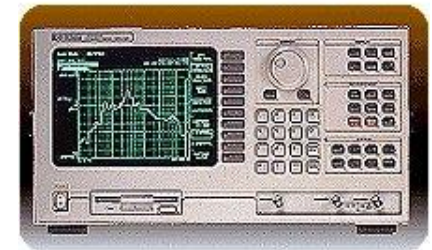
- Calculer la PSD (en  $V^2/Hz$ ) d'un signal par méthode FFT
- Entrée couplée en AC
- Bande passante de 0.1 Hz à 1 MHz
- (Entrée en haute impédance)
- Mesurer des fonction de transfert



Point important : le réglage du « range »

→ Optimiser la pleine échelle des convertisseurs par rapport à la dynamique du signal (gain interne ajustable?)

HP3565A



HP3561A



SRS780



HP35670A

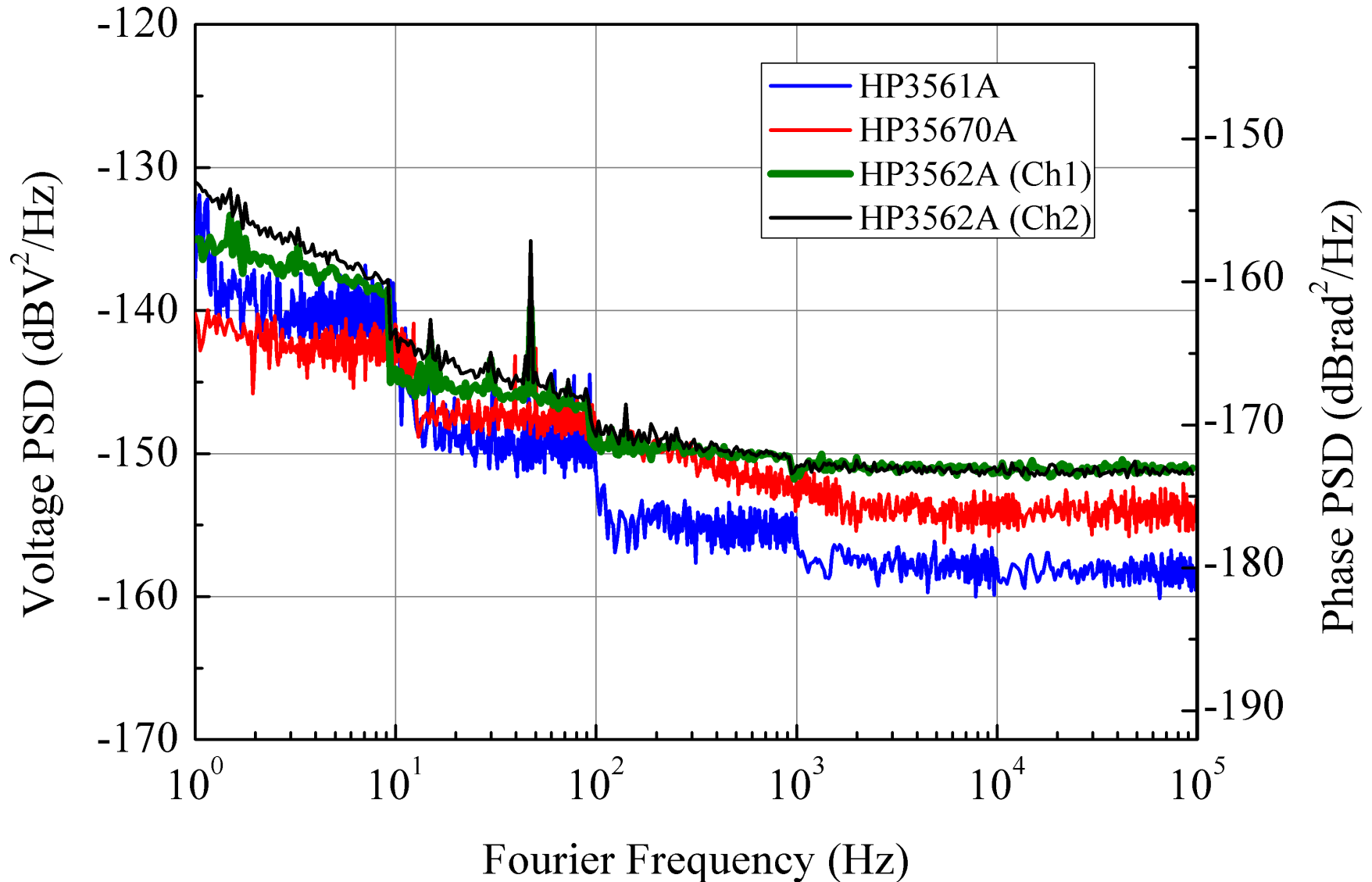


HP3562A



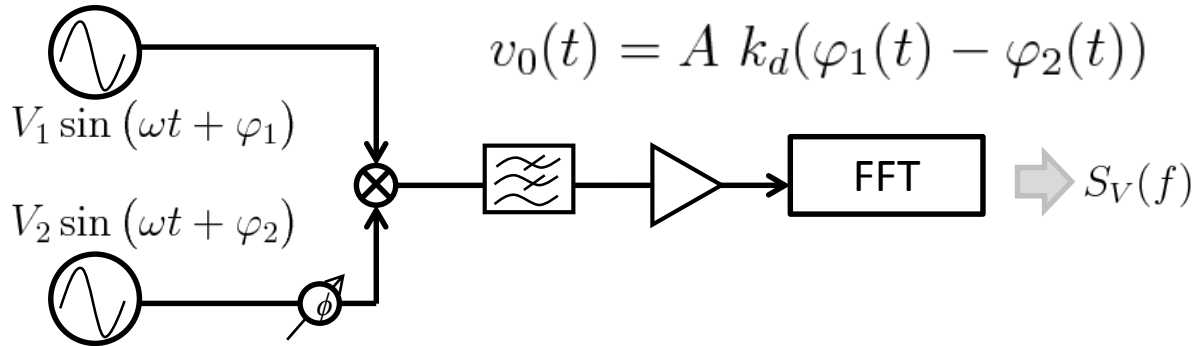
# Niveau de bruit de quelques FFT

$$k_d = 0.13 \text{ rad/V et } G = 40 \text{ dB}$$



# Bilan de la Mesure

Condition : Bruit des sources décorréliées



Bruit du banc :  
Une seule source pour  
les deux bras (puissance  
comparable)

Mesure la contribution du bruit des deux sources :  $S_{\varphi_m}(f) = S_{\varphi_1}(f) + S_{\varphi_2}(f)$

➤ Si 2 sources similaires :  $S_{\varphi_1}(f) \simeq S_{\varphi_2}(f) \simeq \frac{1}{2} S_{\varphi_m}(f)$

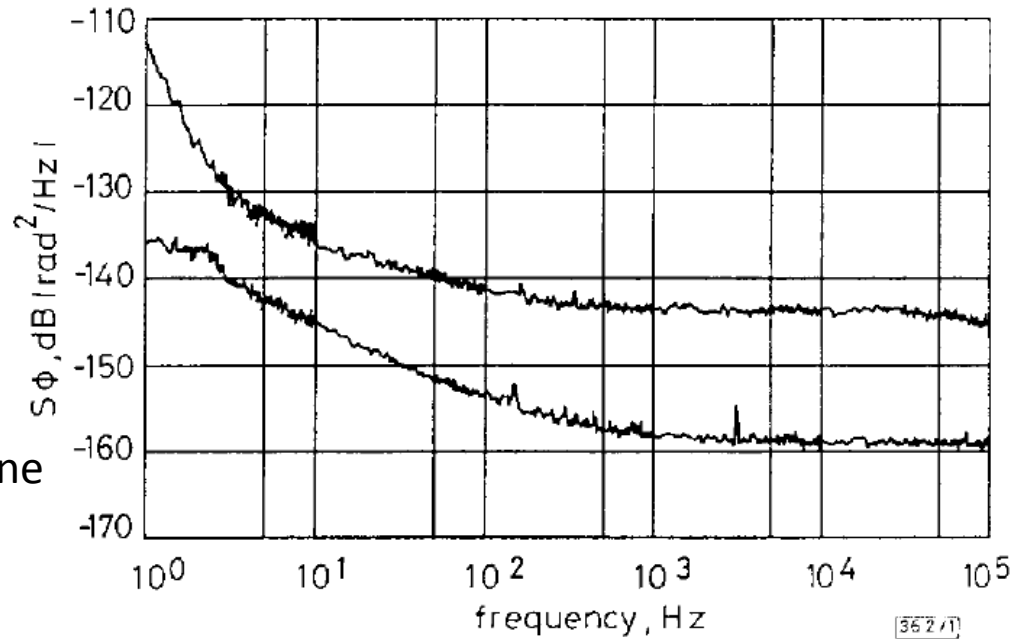
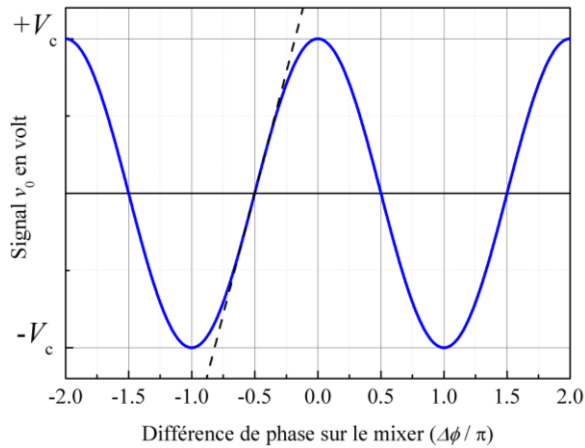
➤ Si une source est notablement meilleure que l'autre :  $S_{\varphi_2}(f) \ll S_{\varphi_1}(f)$

$$S_{\varphi_m}(f) \simeq S_{\varphi_1}(f) \quad S_{\varphi_2}(f) < \frac{1}{2} S_{\varphi_m}(f)$$

On ne connaît pas :  $S_{\varphi_2}(f)$

Corrélation possibles : dérives de phase liées à la température, visibles jusqu'à quelques Hz, alimentations, vibrations ...

# Mesure Homodyne



- Mesure impossible à faire si les phases ne restent pas en quadrature :

➔ Contribution du bruit d'amplitude

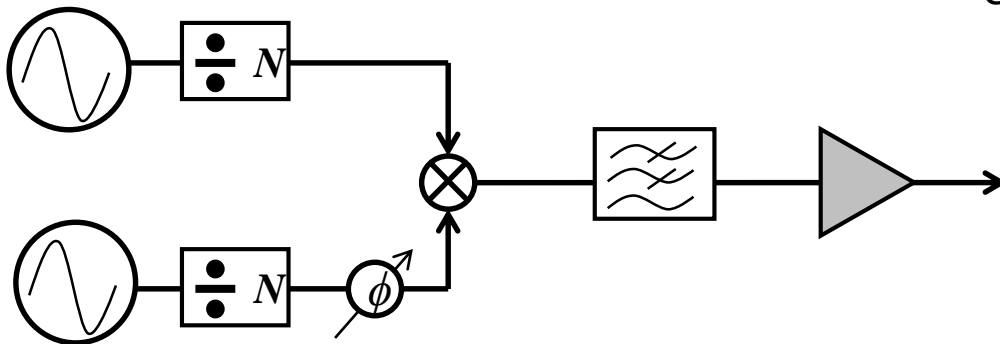
- Réduire l'excursion en ajoutant des diviseurs de fréquences par  $N$

➔ Ajoute le bruit des diviseurs

**Fig. 1**  $S_\phi$  measured at 10 MHz of the SP8401 frequency divider, and of the 10 MHz BVA reference oscillator

Upper curve: BVA reference oscillator; lower curve: SP8401 frequency divider

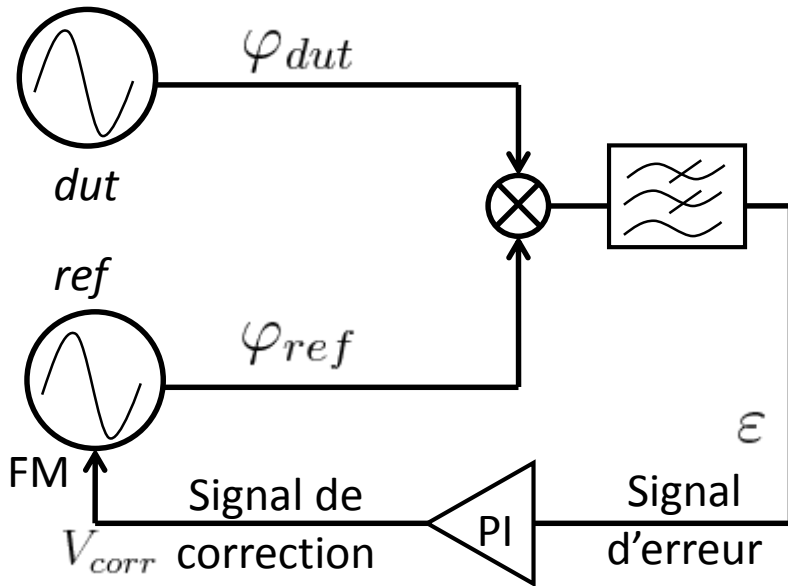
G. Santarelli et al., *Elec. Lett.*, Vol. 32, 10 (1996)



$$S_\phi(f) = \frac{N^2}{k_d^2 A^2} S_V(f)$$

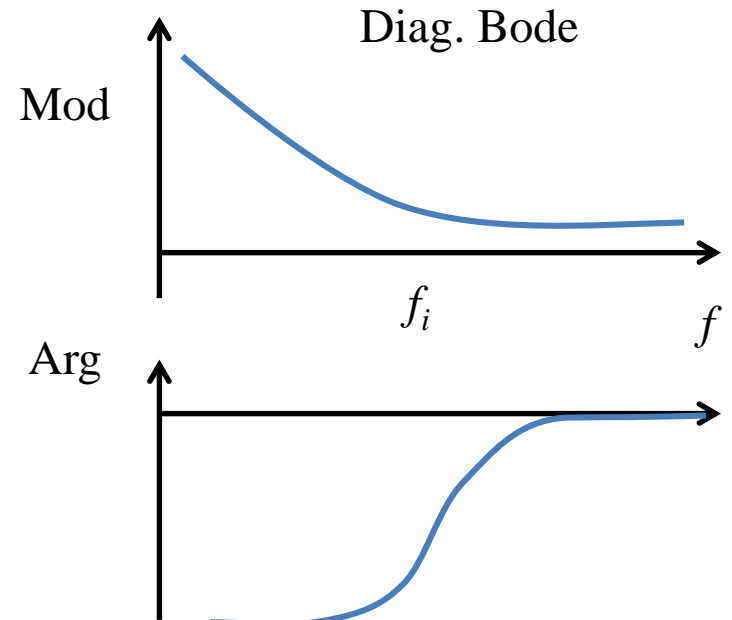
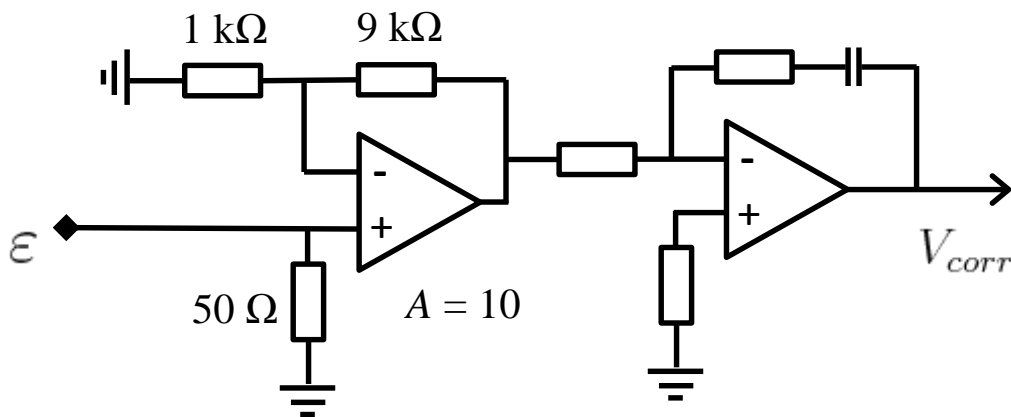
# Mesure avec un « tracking oscillator »

→ « Phase lock » d'un oscillateur de référence



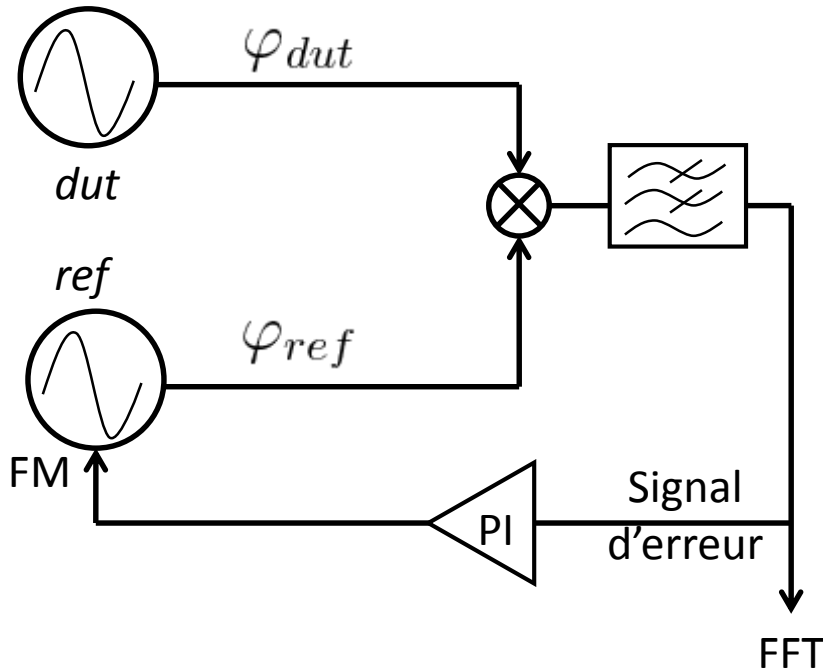
Circuit de proportionnel intégrateur :  
Garde les deux oscillateurs en phase

$$\epsilon \propto \varphi_{dut} - \varphi_{ref} = 0$$



# Mesure avec un « tracking oscillator »

Mesure du signal d'erreur



Signal d'erreur :

- Mesurer le  $k_d$  boucle PI ouverte
- Vérifier la quadrature boucle fermée
- Hors bande passante du lock : bruit du *dut* et *ref*

PSD du Bruit de phase :

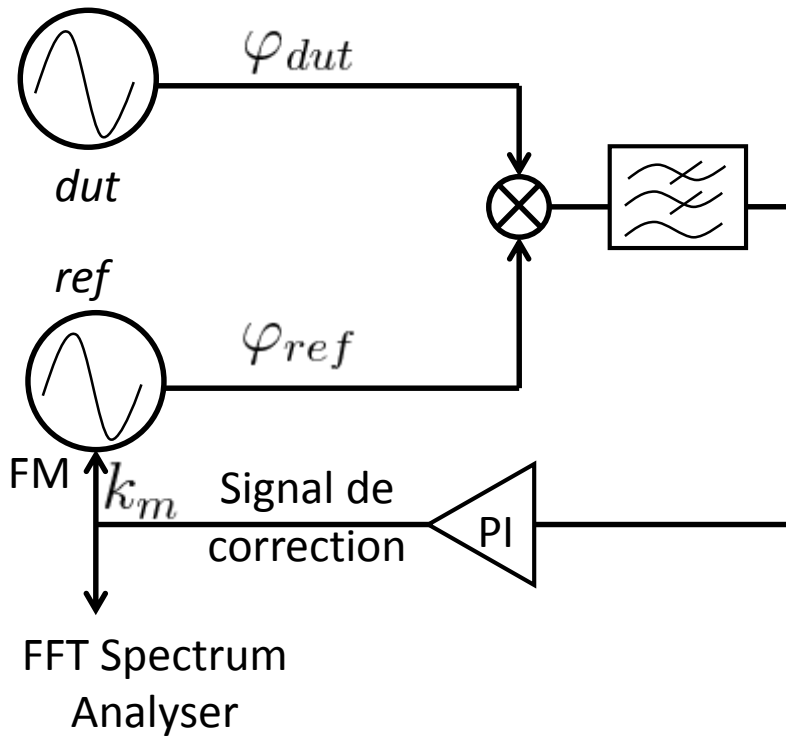
$$S_{\varphi}(f) = \frac{S_{V_{err}}(f)}{k_d^2 A^2}$$

Bande passante mini du PI typique : 10 Hz

→ Mesure valide pour  $f > 10$  Hz

# Mesure avec un « tracking oscillator »

Mesure du signal de correction



Signal de correction :

- Mesurer le  $k_m$  boucle PI ouverte
- Dans la bande passante du lock donne accès au bruit du *dut* et *ref*

PSD du Bruit de fréquence :

$$S_{\delta\nu}(f) = k_m^2 S_{V_{corr}}(f)$$

PSD du Bruit de phase :

$$S_{\varphi}(f) = \frac{k_m^2}{f^2} S_{V_{corr}}(f)$$

Mesure valide si le gain de boucle est suffisamment grand ... essayer plusieurs gains

# Mesure avec un « Tracking Oscillator »

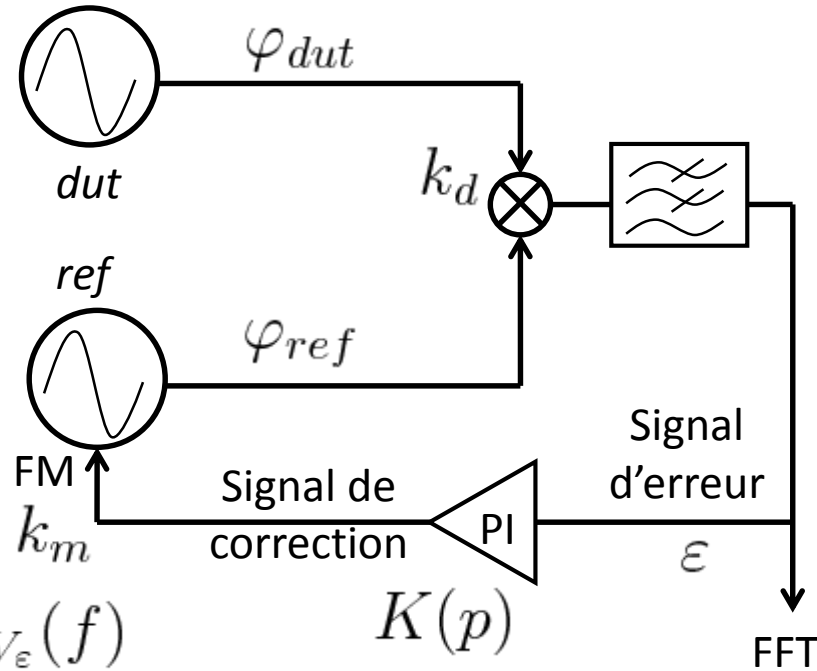
Prendre en compte le gain de boucle

Transformé de Laplace :

$$\begin{cases} \varepsilon(t) \mapsto E(p) \\ \varphi_{dut}(t) \mapsto \Phi_{dut}(p) \end{cases}$$

$$\Phi_{dut}(p) = \frac{1}{k_d} (1 + k_d k_m K(p)) E(p)$$

$$S_{\varphi_{dut}}(f) = \frac{1}{k_d^2} (1 + k_d^2 k_m^2 |K(f)|^2) S_{V_\varepsilon}(f)$$



- Pour mesurer le *dut* faut :  $S_{\varphi_{ref}}(f) \ll S_{\varphi_{dut}}(f)$   
 ➔ Pas toujours évident
- Nécessite plusieurs mesures :
  - Caractérisation du correcteur électronique
  - Mesures avec plusieurs gains  $\leftrightarrow$  bande passantes
  - Mesure du bruit de la référence

La fréquence des deux sources doit être identique

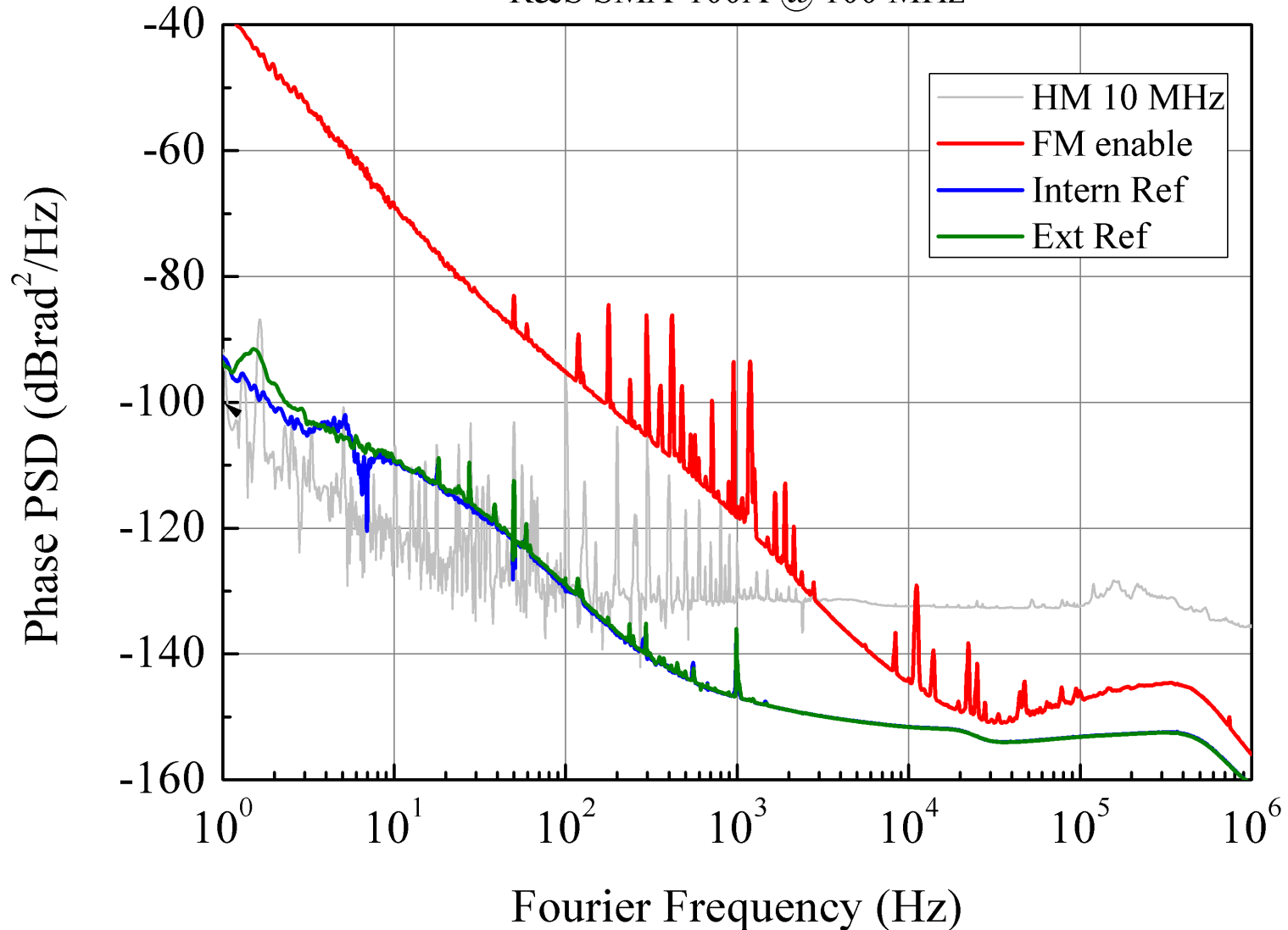
Une source au moins doit être modulable en fréquence



# Bruit d'un synthétiseur de fréquence

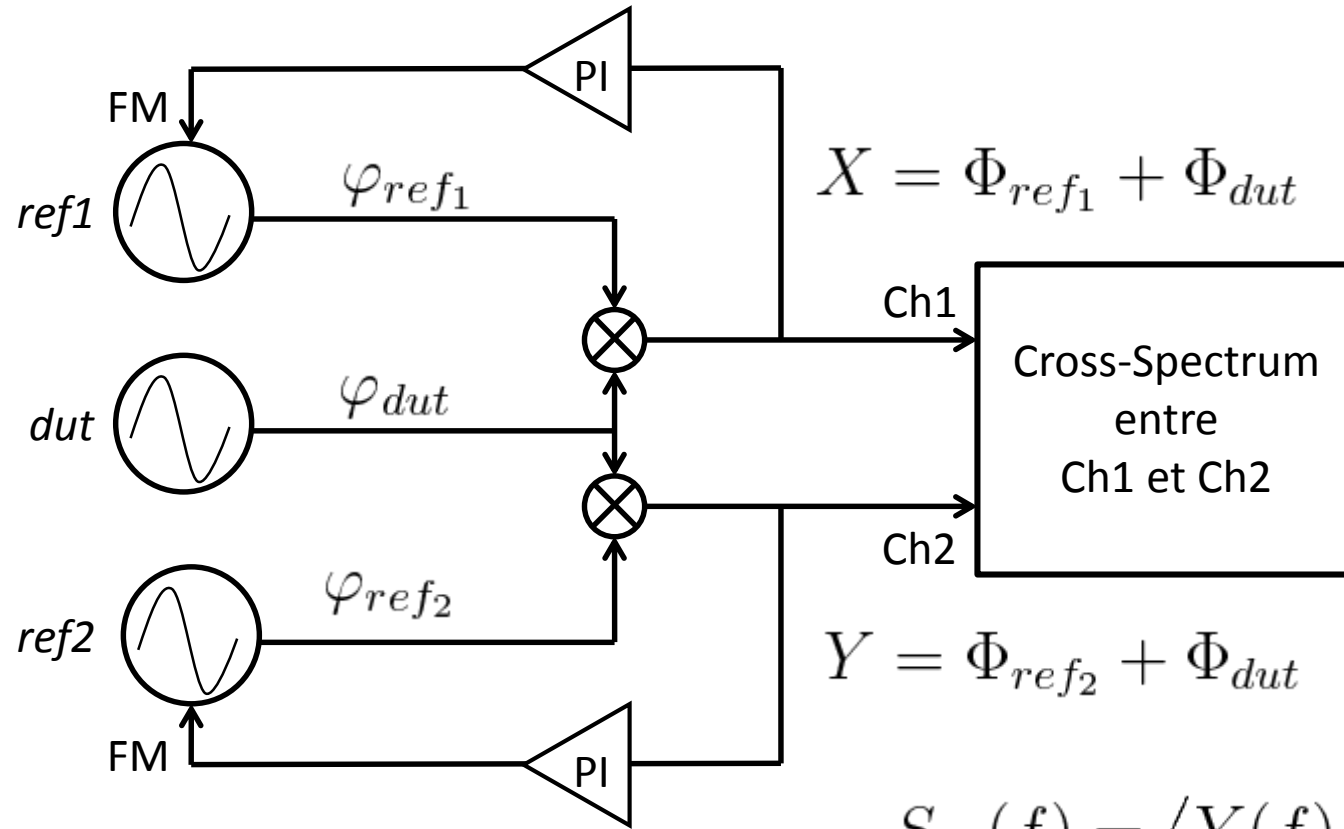
Attention au VCO interne !

R&S SMA-100A @ 100 MHz



# Cross-correlation

Rejeter le bruit des références



Le gain est de  $5 \log(m)$



Gain : 20 dB  
 $m = 10000$   
 Freq min: 1 Hz



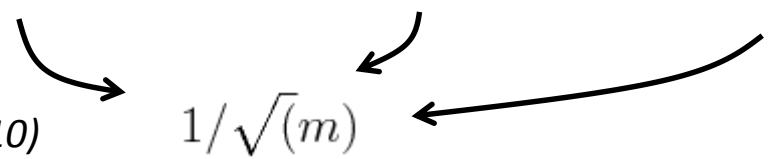
15 heures

$$X = \Phi_{ref1} + \Phi_{dut}$$

$$Y = \Phi_{ref2} + \Phi_{dut}$$

$$S_{xy}(f) = \langle Y(f)X^*(f) \rangle$$

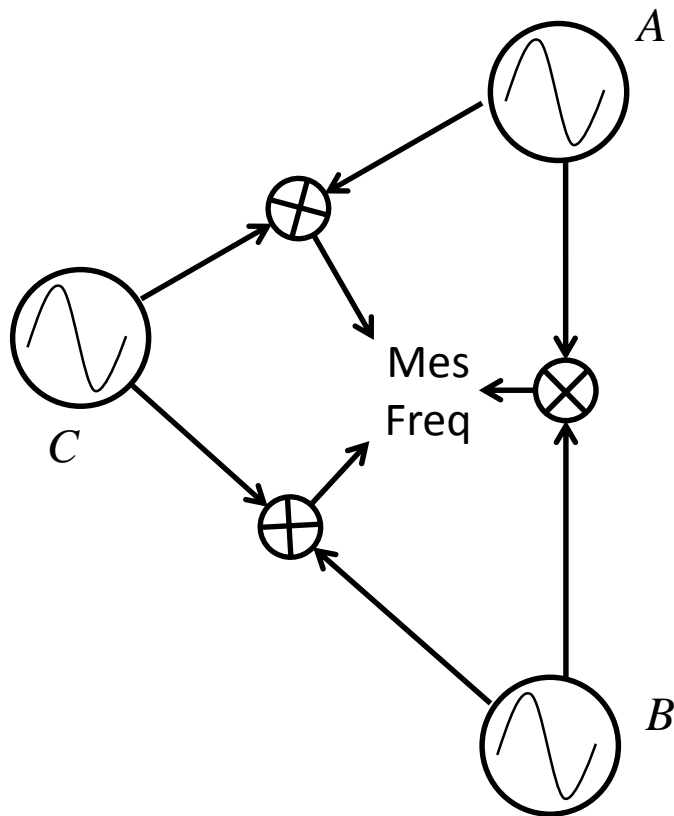
$$S_{xy}(f) = \langle \Phi_{dut} \Phi_{dut}^* - \Phi_{ref1} \Phi_{dut}^* - \Phi_{dut} \Phi_{ref2}^* + \Phi_{ref1} \Phi_{ref2}^* \rangle$$



# Mesure « Three-Corner Hat »

Connaitre le bruit de chaque source

Mesure synchrone des 3 battements de fréquence (compteur ou phasemètre)



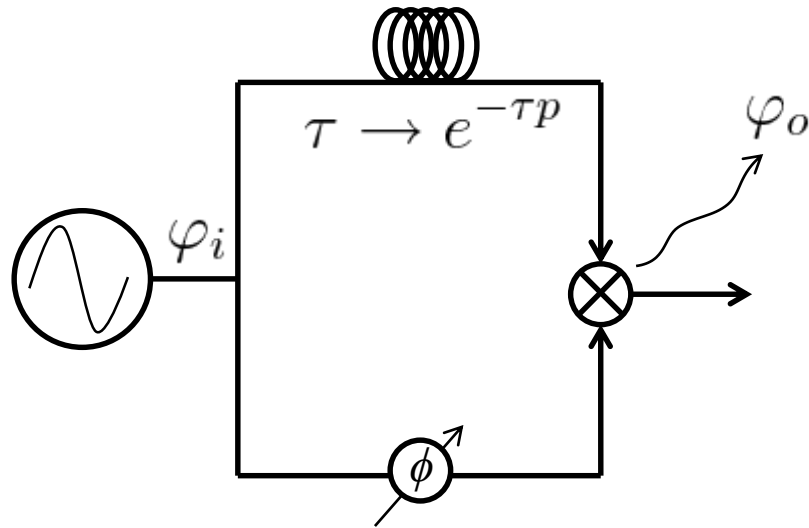
Variance d'Allan d'un oscillateur :

$$\begin{cases} \sigma_A^2 = \frac{1}{2} (\sigma_{ca}^2 + \sigma_{ab}^2 - \sigma_{bc}^2) \\ \sigma_B^2 = \frac{1}{2} (\sigma_{ab}^2 + \sigma_{bc}^2 - \sigma_{ca}^2) \\ \sigma_C^2 = \frac{1}{2} (\sigma_{bc}^2 + \sigma_{ca}^2 - \sigma_{ab}^2) \end{cases}$$

# Mesure par self-hétérodyne

Ligne à retard

Mesure de la phase d'un signal par rapport à lui même décalé dans le temps (décorrélé)



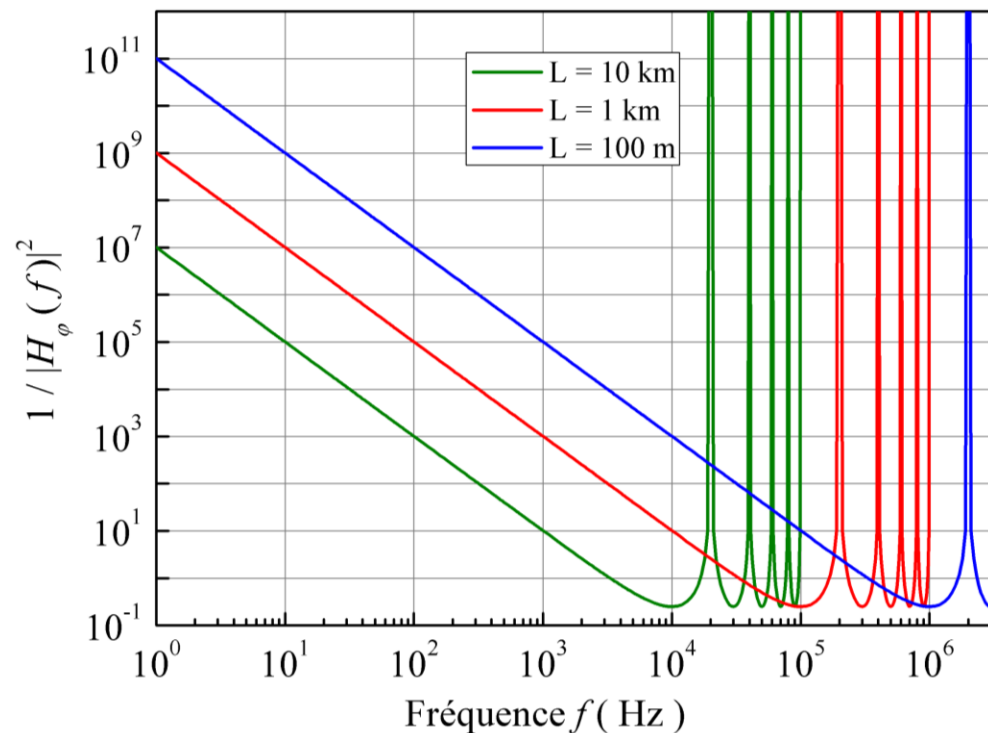
Transformée Laplace :

$$\begin{cases} \varphi_i(t) \rightarrow \Phi_i(p) \\ \varphi_o(t) \rightarrow \Phi_o(p) \end{cases}$$

$$\Phi_o(p) = H_\varphi(p) \Phi_i(p)$$

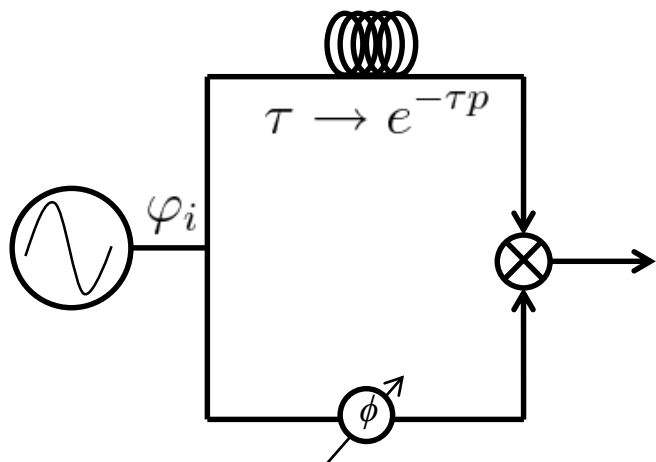
$$|H_\varphi(f)|^2 = 4 \sin^2(\pi f \tau)$$

$$S_{\varphi_i}(f) = \frac{1}{|H_\varphi(f)|^2} S_{\varphi_o}(f)$$



# Mesure par self-hétérodyne

Ligne à retard



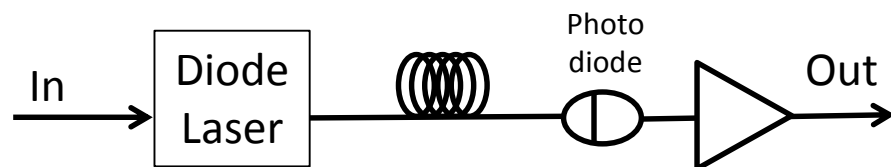
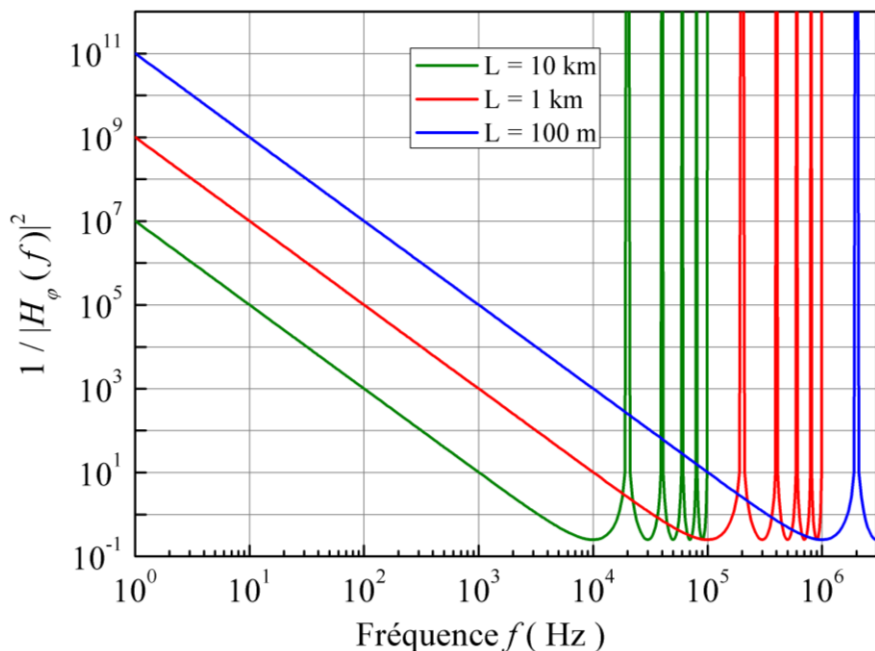
$$S_{\varphi_i}(f) = \frac{1}{|H_{\varphi}(f)|^2} S_{\varphi_o}(f)$$

Quand le retard  $\uparrow$  :

La sensibilité  $\uparrow$  **mais** la bande passante  $\downarrow$

Pertes :

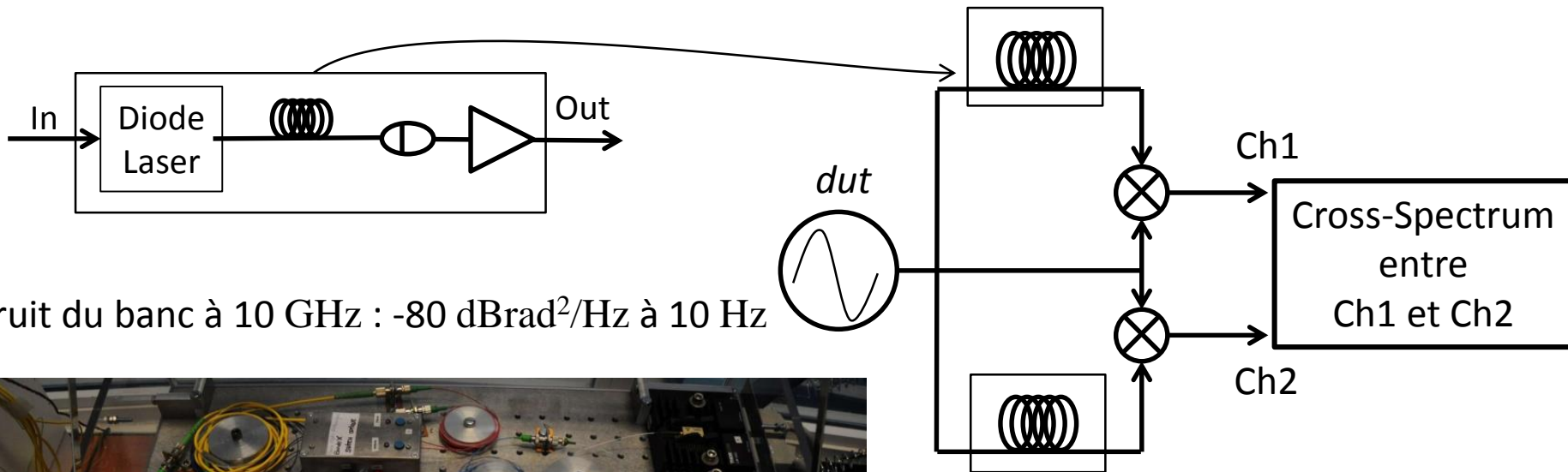
- Câbles à 10 GHz : 1 dB / m
- Câbles à 100 MHz : < 0.1 dB / m
- Fibre optique : 0.2 dB / km



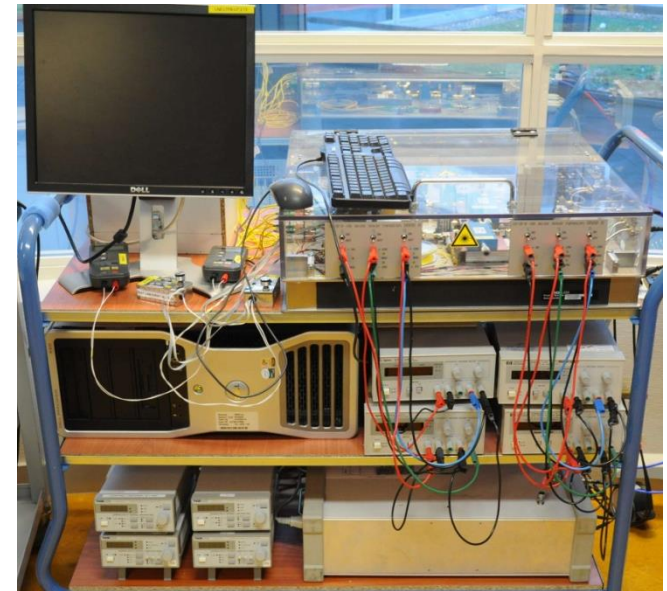
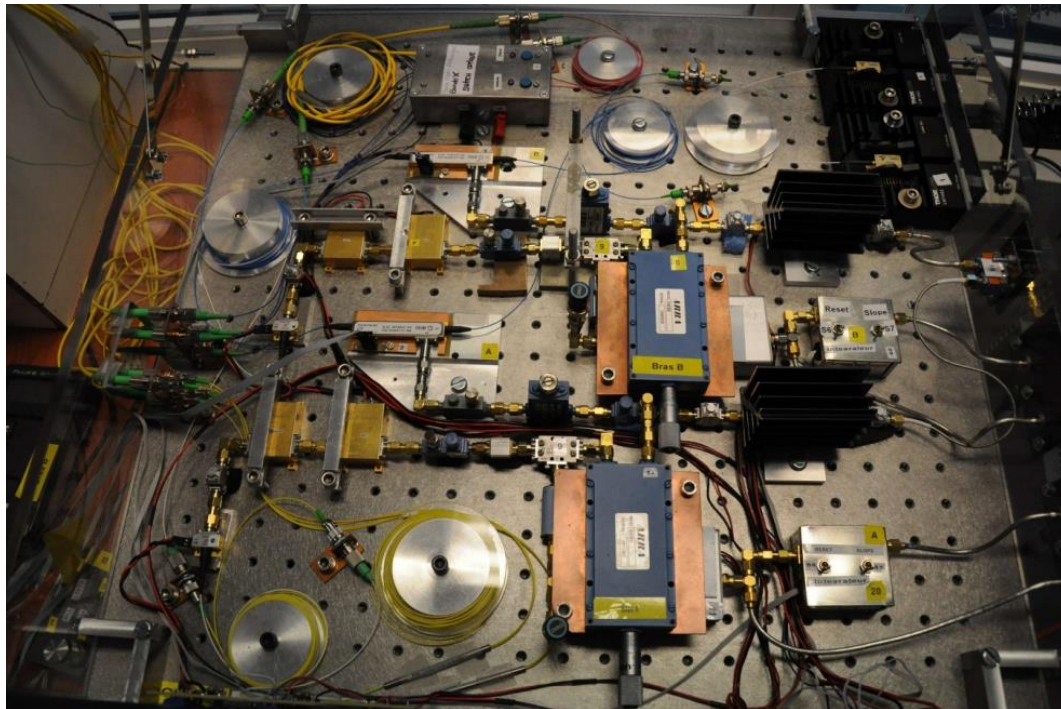
Limiter le bruit de phase de la fibre optique :

- Stabiliser la température ( $7 \cdot 10^{-6} / \text{K}$ )
- Attention à l'acoustique et aux vibrations

# Cross-Corrélation et Self-hétérodyne



Bruit du banc à 10 GHz :  $-80 \text{ dBrad}^2/\text{Hz}$  à 10 Hz



# Quelques Instruments Commerciaux



FSWP



3125A

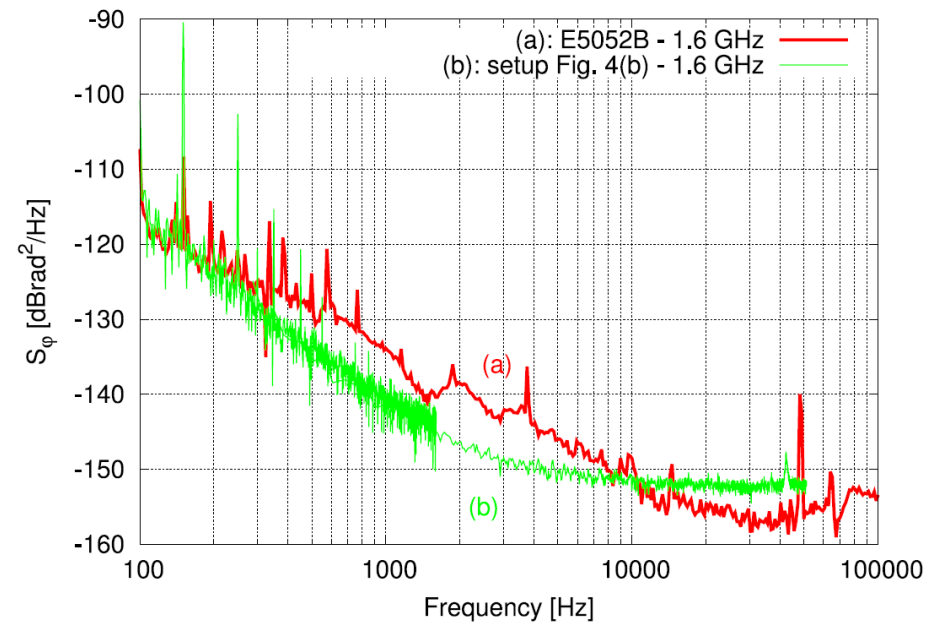


E5052B



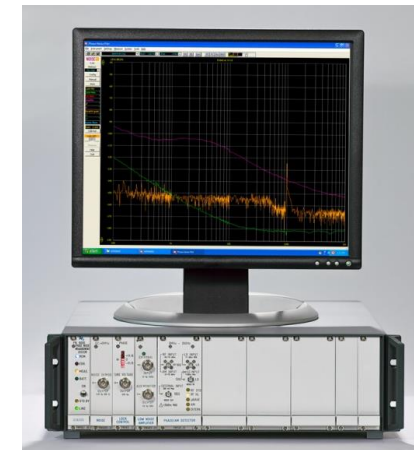
APPH6040

Problème de conversion AM en PM dans les mélangeurs de ces instruments



## Avantages

- Facile d'utilisation
- Très pratique
- Bruit correct ...



PN9000

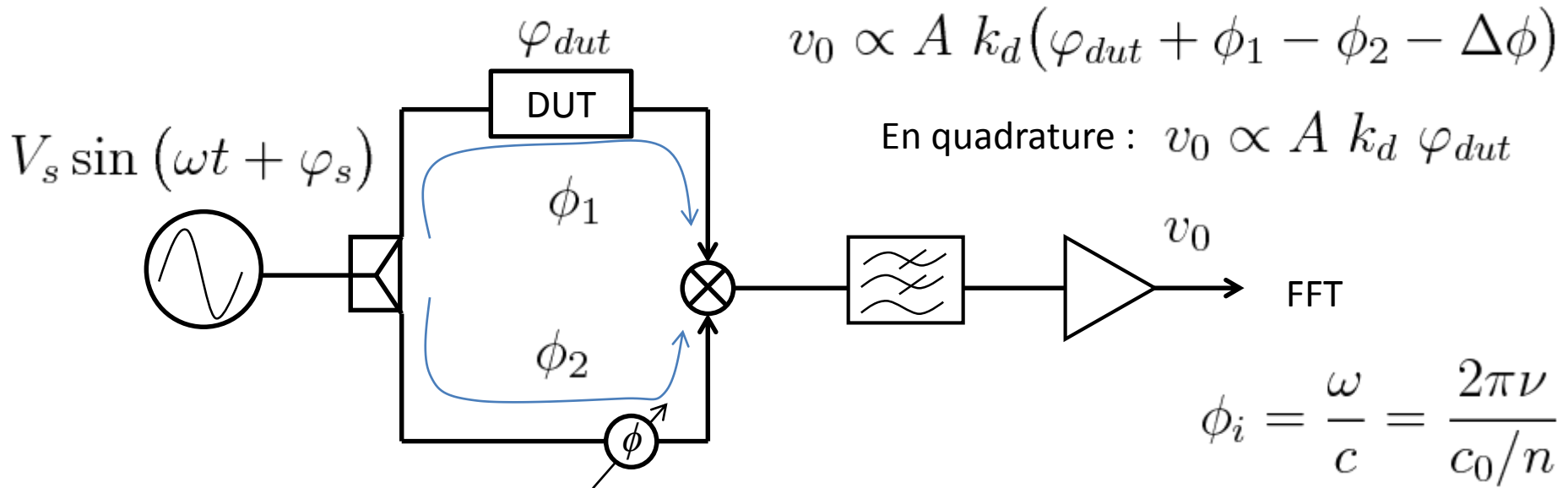
## Inconvénients

- Très coûteux
- Manque de transparence
- Niveaux de bruit correct ...
- Réserve des surprises

# Bruit de phase résiduel

Bruit ajouté par un composant RF qui ne modifie pas la fréquence

Par exemple : Amplificateur, diode laser et photodiode



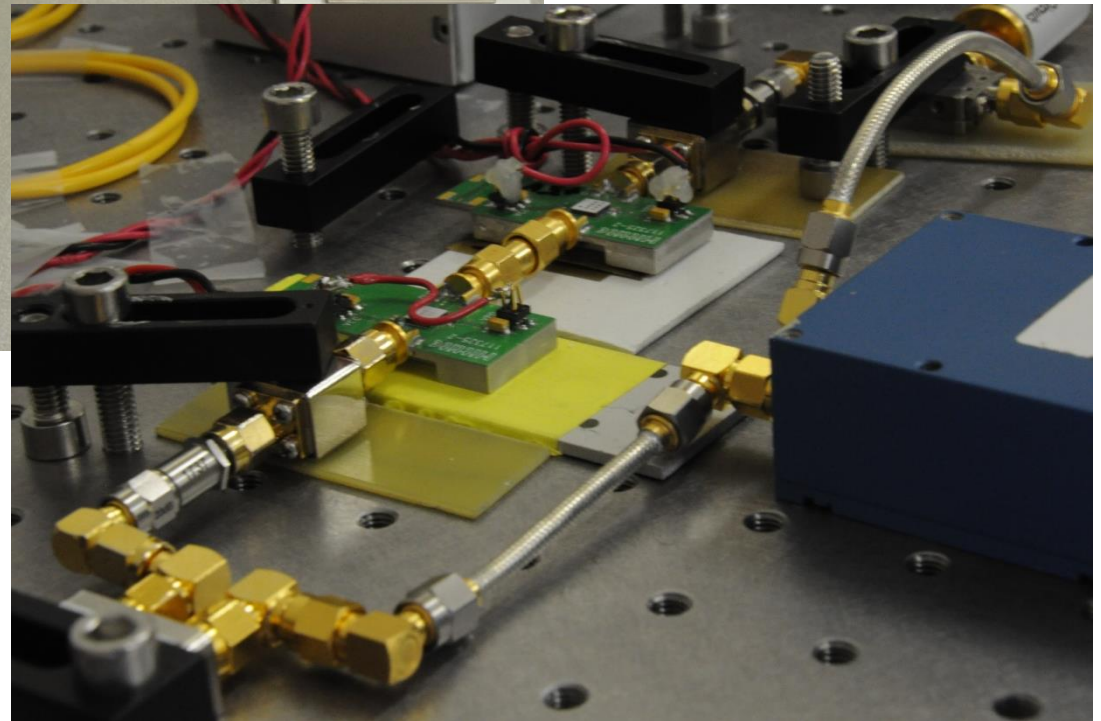
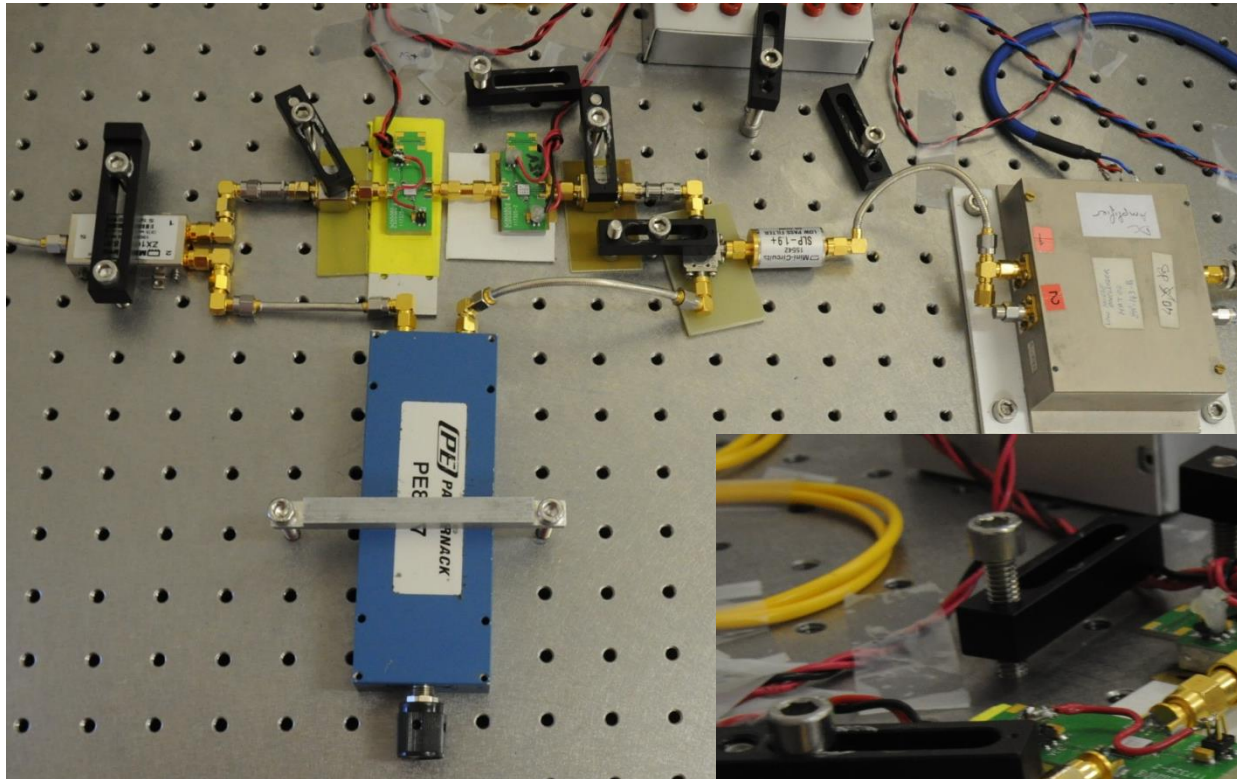
Mesure du bruit du banc :

- vérifier la contribution de  $\phi_1$   $\phi_2$  et  $\Delta\phi$
- Enlever le DUT (attention au niveau du signal)



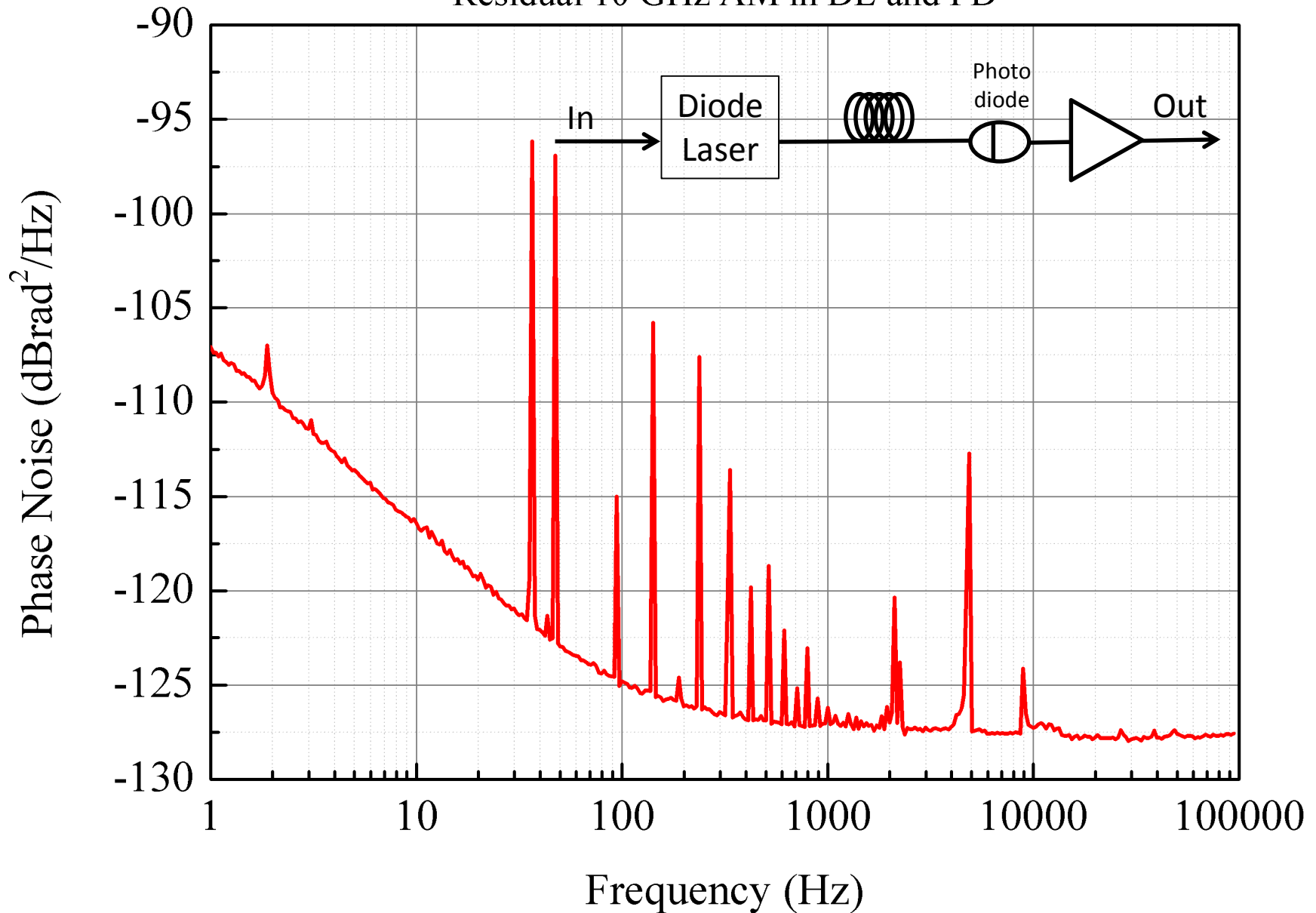
# Bruit de phase résiduel

Exemple : Amplificateurs à 10 GHz



# Densité spectrale de Bruit de Phase

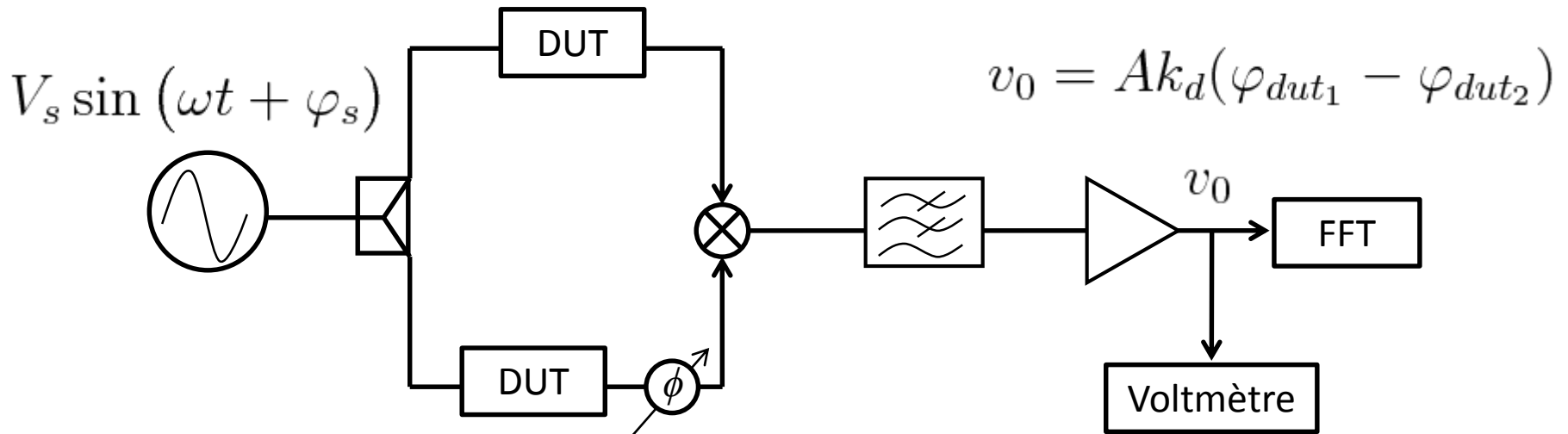
Residual 10 GHz AM in DL and PD



# Bruit de phase résiduel

Bruit ajouté par un composant RF qui modifie la fréquence

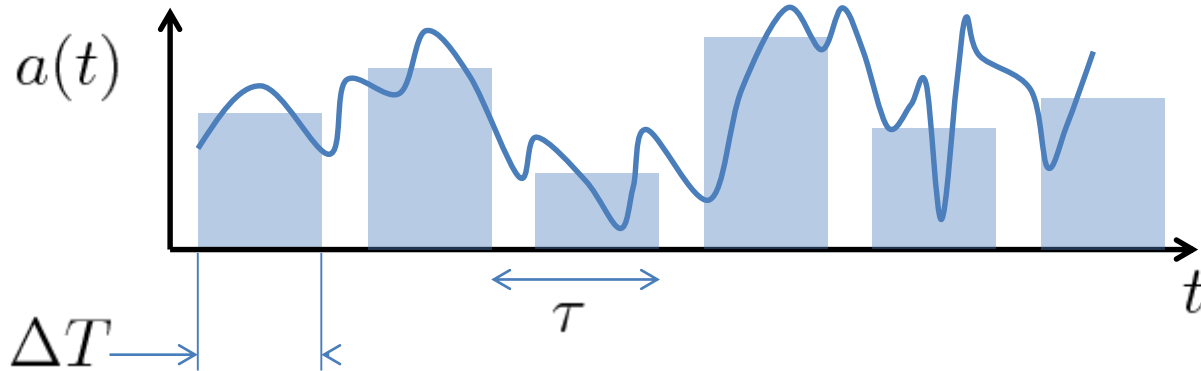
par exemple : Diviseurs, Multiplicateurs, NLTL



Stabilité relative de fréquence des deux DUT

$$y(t) = \frac{\delta\nu}{\nu_0} = \frac{1}{2\pi\nu_0 Ak_d} \frac{dv_0}{dt} \xrightarrow{\text{Ecart-type d'Allan}} \sigma_y(\tau)$$

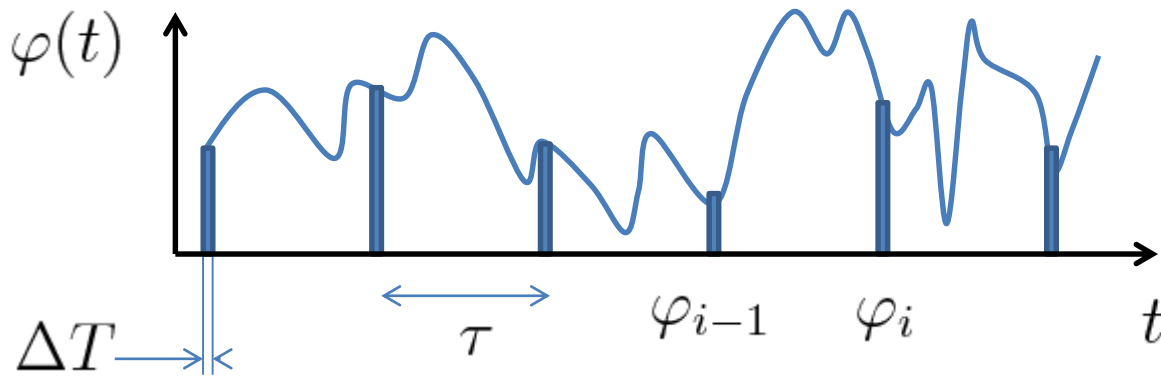
# Mesure de stabilité



Pour calculer la stabilité d'une grandeur  $a(t)$  avec l'Ecart type d'Allan  $\sigma_a(\tau)$

il faut avoir :

$$\Delta T \simeq \tau$$



$$y(t) = \frac{1}{2\pi\nu_0} \frac{d\varphi}{dt}$$

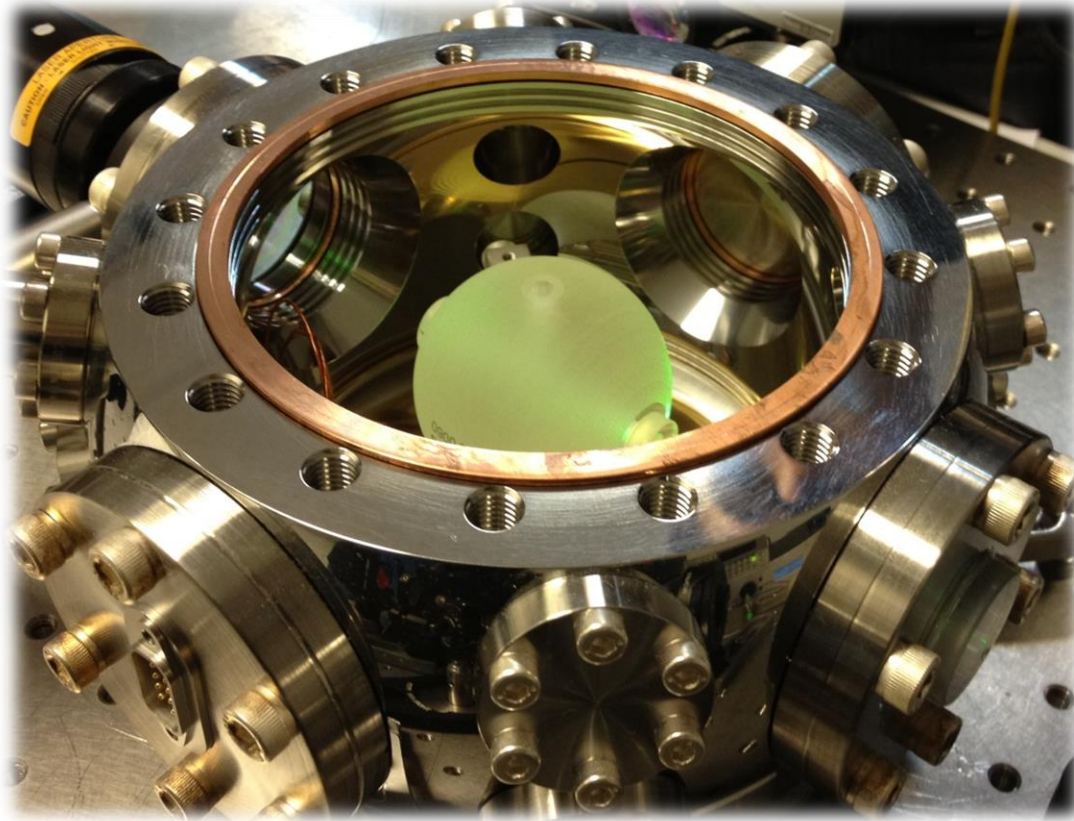
$$y_i = \frac{\varphi_i - \varphi_{i-1}}{2\pi\nu_0\tau}$$

Pour calculer la stabilité de relative de fréquence avec l'Ecart type d'Allan  $\sigma_y(\tau)$

il faut avoir :

$$\Delta T \ll \tau$$

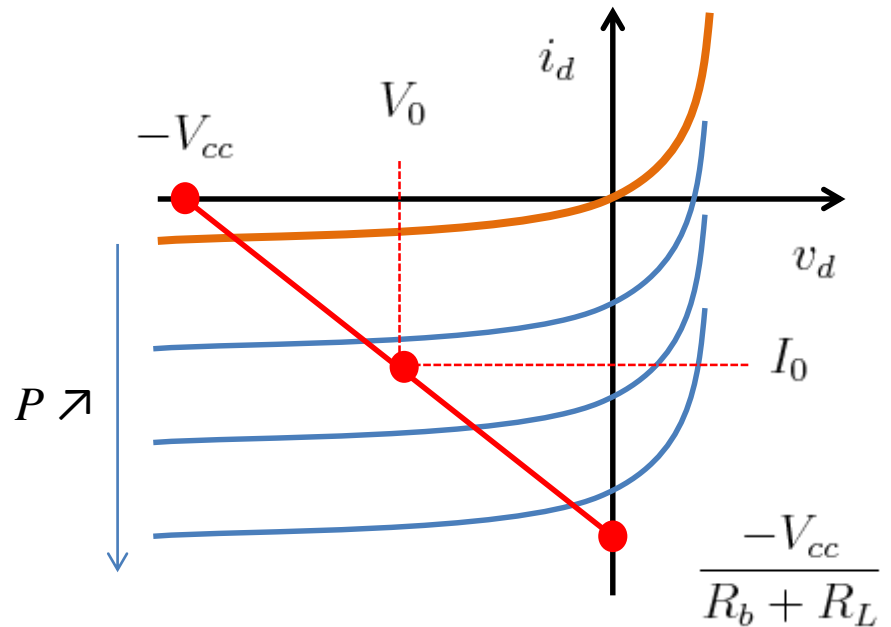
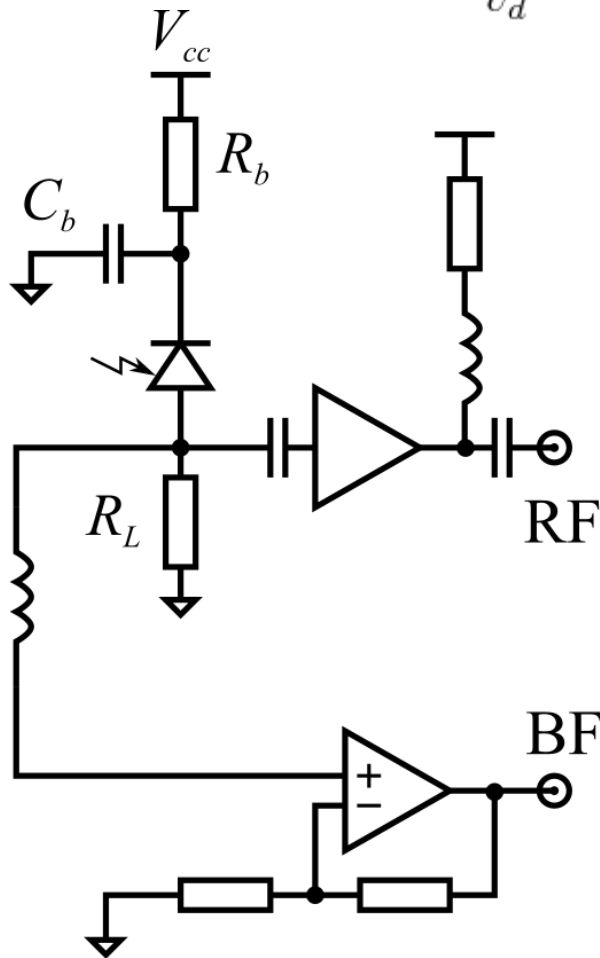
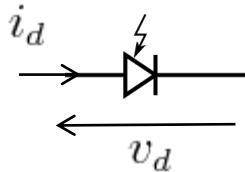
# Mesures de Bruits « Optiques »



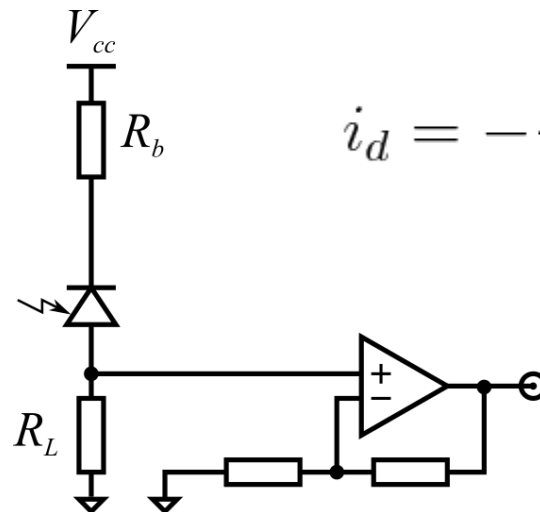
Cavité ultra-stable : fréquence de référence optique

# Photodiode

Photodiode :  $i_d(t) = R_\lambda P(t)$



En basse fréquence : DC – 100 kHz

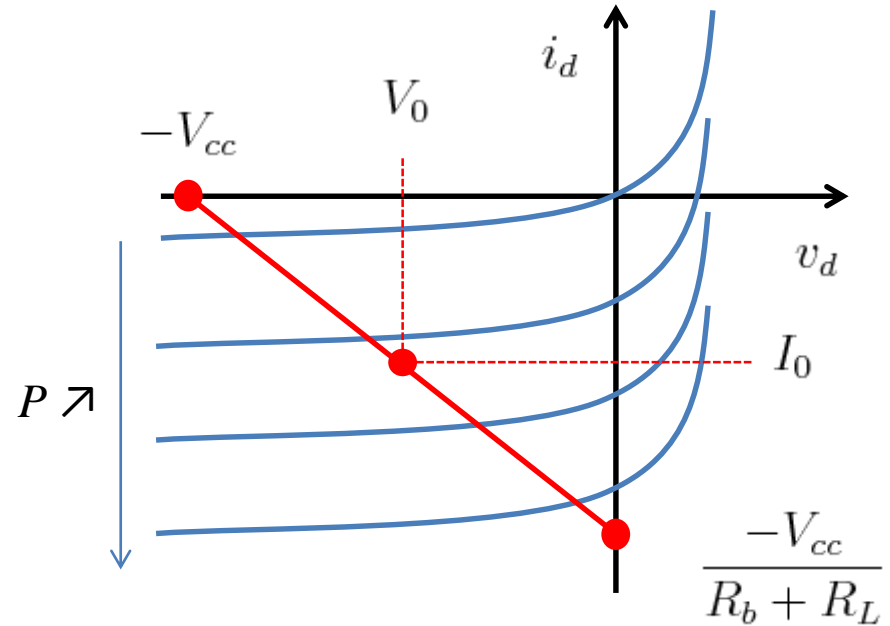
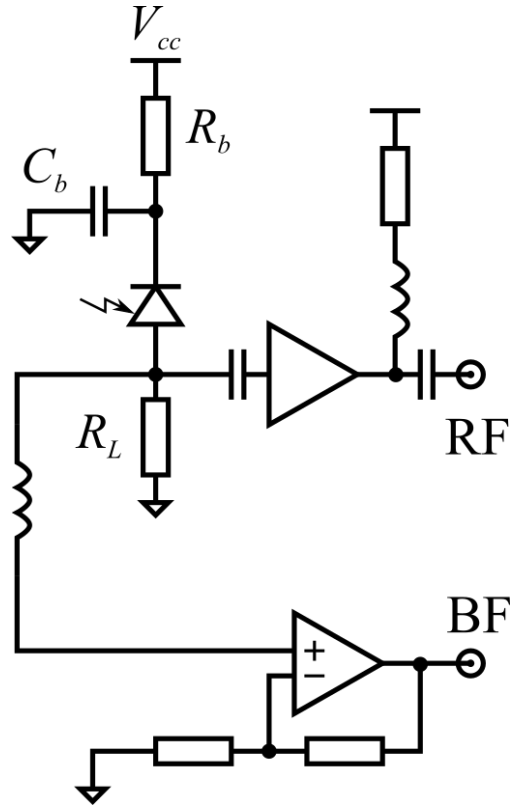


$$i_d = -\frac{V_{cc} + v_d}{R_b + R_L}$$

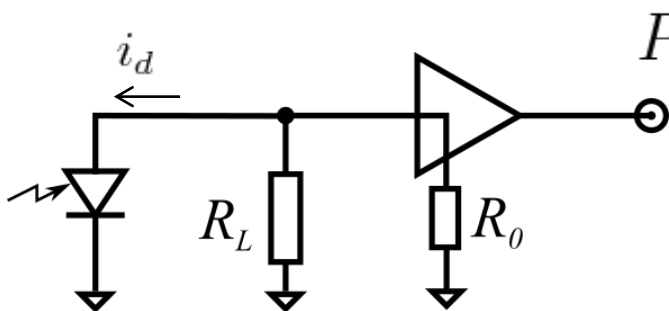
$$v_{bf} = -A_{bf} R_L i_d$$

$$v_{bf} \geq 0 \text{ car } i_d \leq 0$$

# Photodiode



En régime petit signal (RF)



$$P_{out} = A_{rf}^2 \frac{R_0 R_L^2}{(R_0 + R_L)^2} i_d$$

$P_{out}$  est max quand  $R_L \gg R_0$

# RIN d'un laser

Relative Intensity Noise

*Abus de langage* : Intensité = Puissance / Surface (W/m<sup>2</sup>)

Ici : Intensité → Puissance (W)

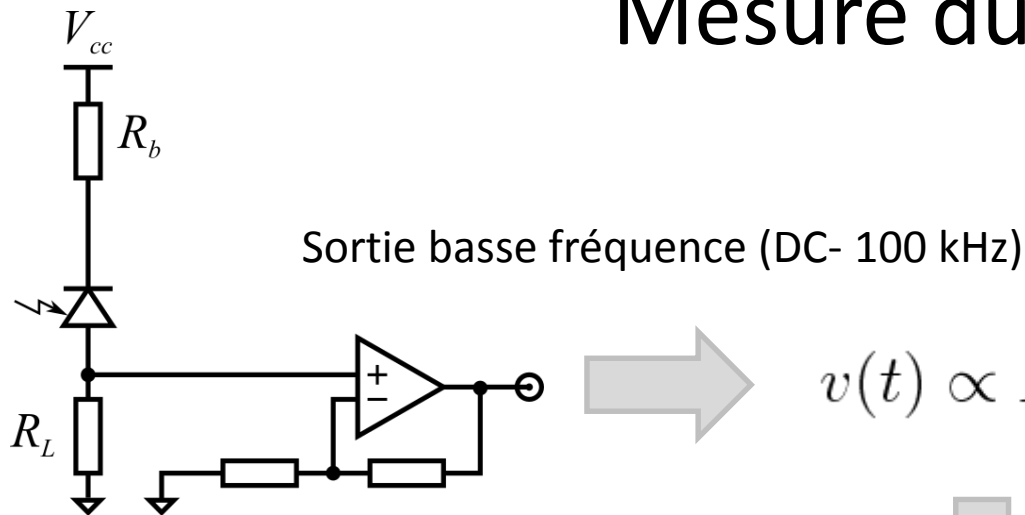
Fluctuation de puissance normalisées :  $\frac{P(t) - P_0}{P_0} = \frac{\delta P}{P_0}$  avec  $P_0 = \langle P(t) \rangle$

Analyse spectrale (PSD) :  $\frac{S_{\delta P}(f)}{P_0^2}$  en Hz<sup>-1</sup> ou  $10 \log \left( \frac{S_{\delta P}(f)}{P_0^2} \right)$  en dB/Hz

Analyse temporelle avec l'Ecart Type d'Allan :  $\sigma_{\delta P/P_0}(\tau)$

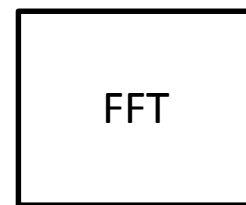


# Mesure du RIN



$$v(t) \propto P(t)$$

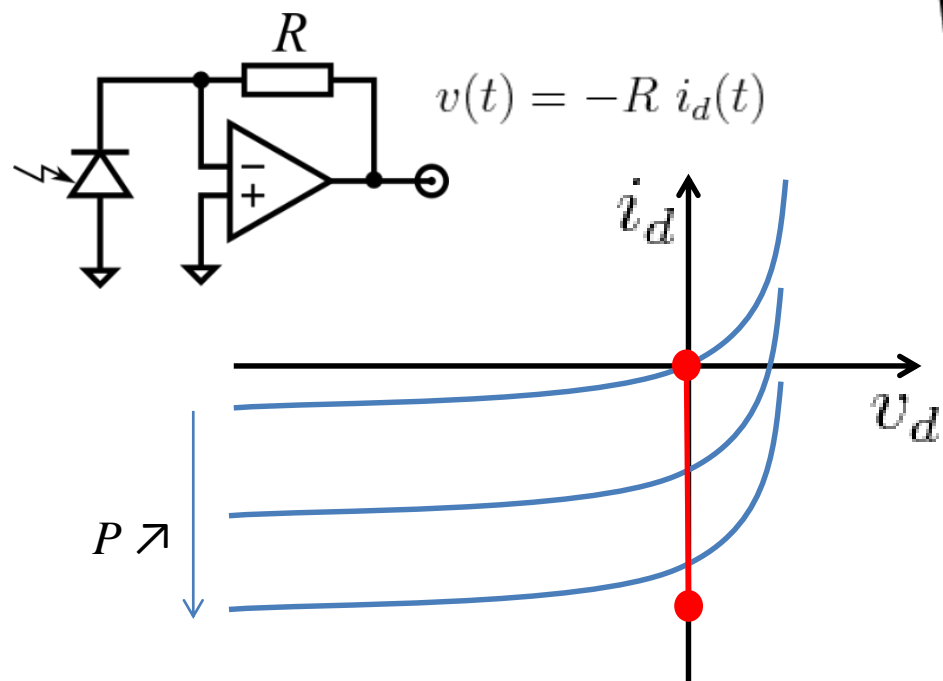
Entrée en haute impédance



$$V_0 \propto P_0$$

$$S_{\delta V}(f) \propto S_{\delta P}(f)$$

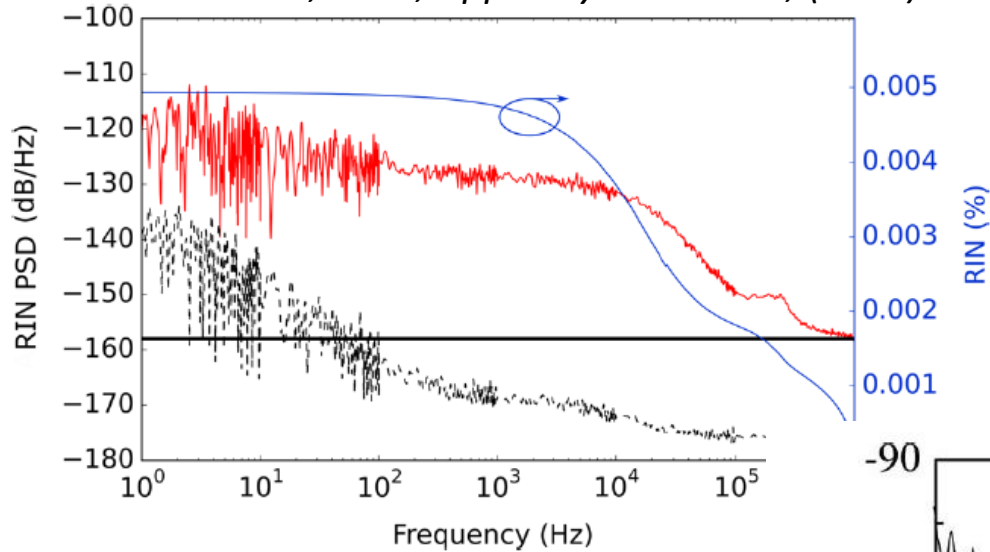
Entrée du FFT en couplage AC



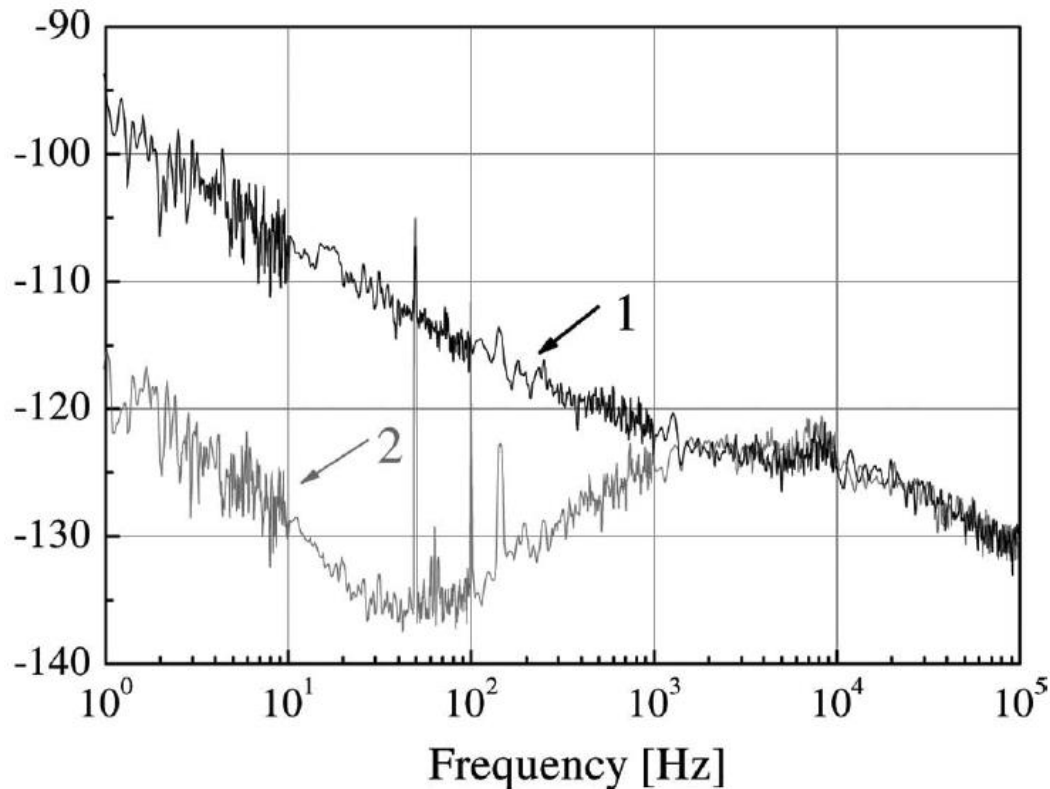
$$RIN = \frac{S_{\delta V}(f)}{V_0^2} = \frac{S_{\delta P}(f)}{P_0^2}$$

# Exemple de RIN

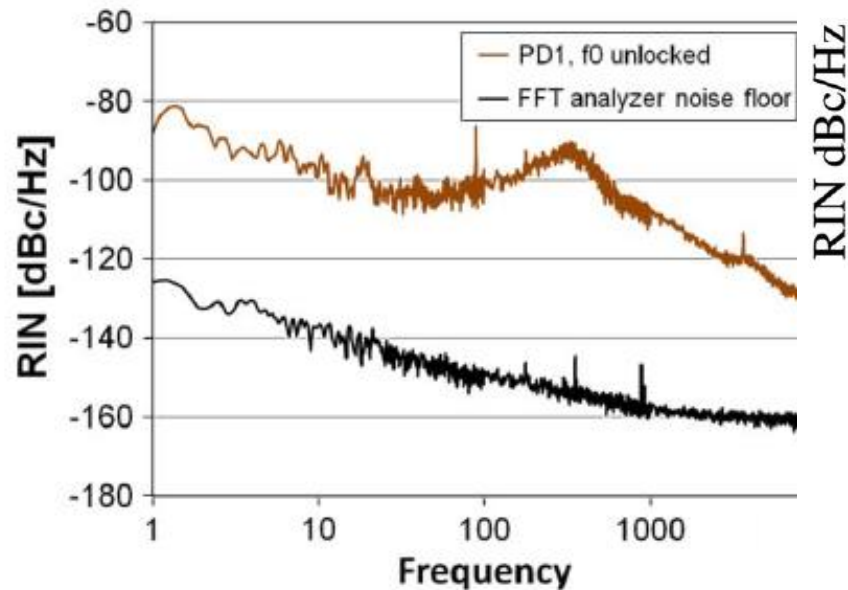
*W. Hänsel, et al., Appl. Phys. B 123:41, (2017)*



*W. Zhang et al., IEEE UFFC vol. 58, 5, (2011)*

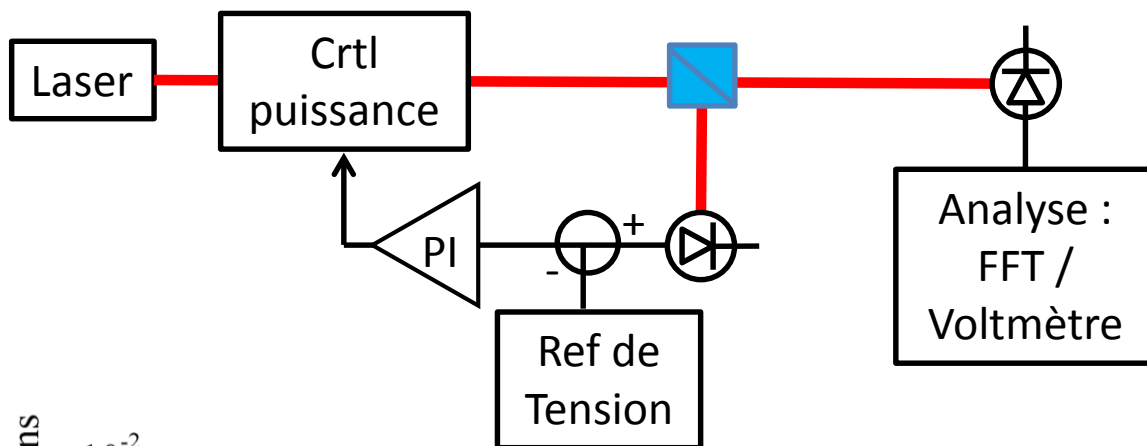


*J. Taylor et al., IEEE Phot. Journal, vol 3, 1 (2011)*



# Réduction du RIN

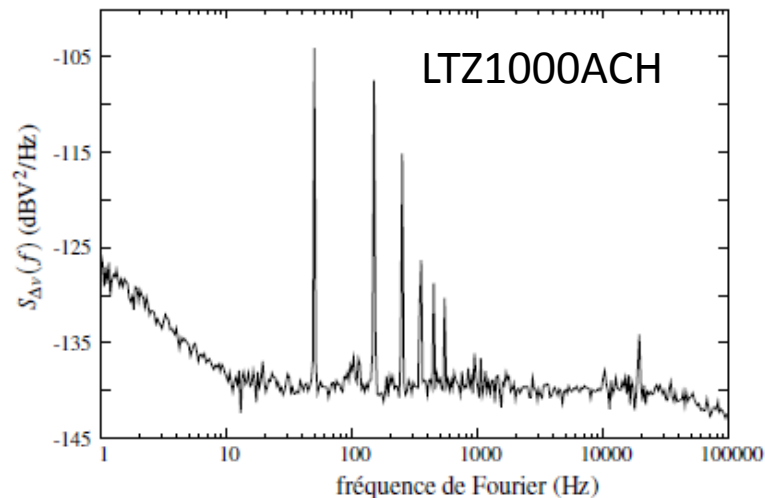
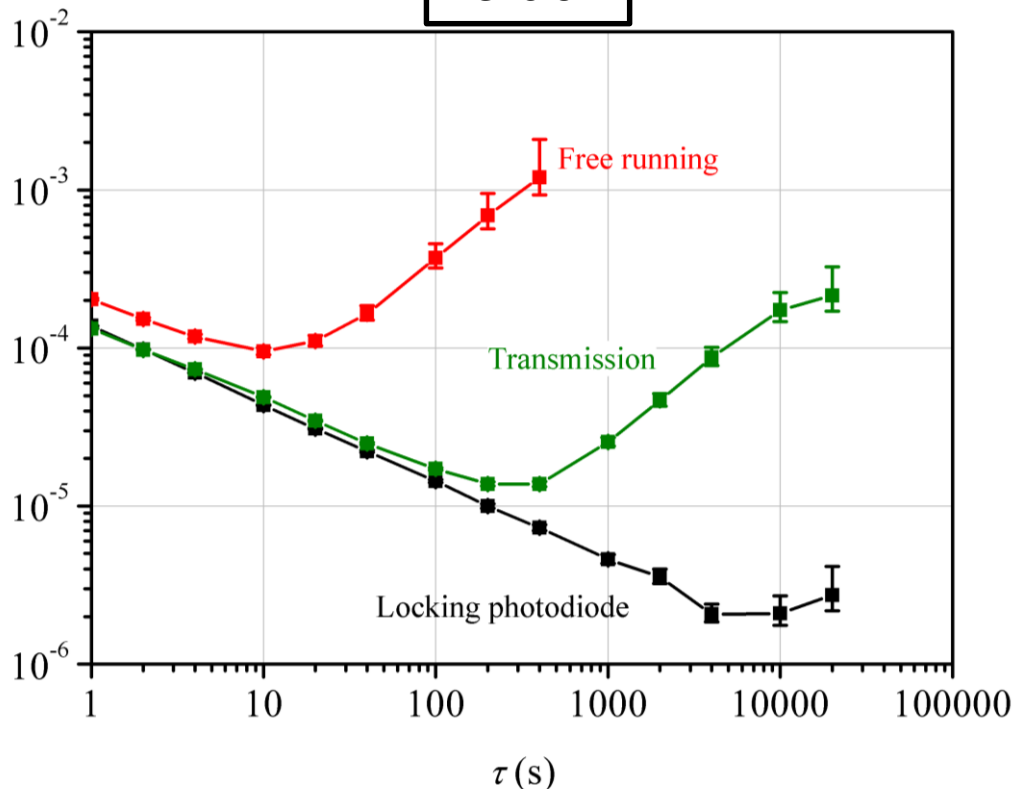
Stabilité à long terme



## Mesure de la puissance :

- Problème d'inhomogénéité de la photodiode
  - sensibilité du beamsplitter à la polarisation et température
- ➔ Cross-spectrum

Limité par la référence de tension utilisée pour la consigne :

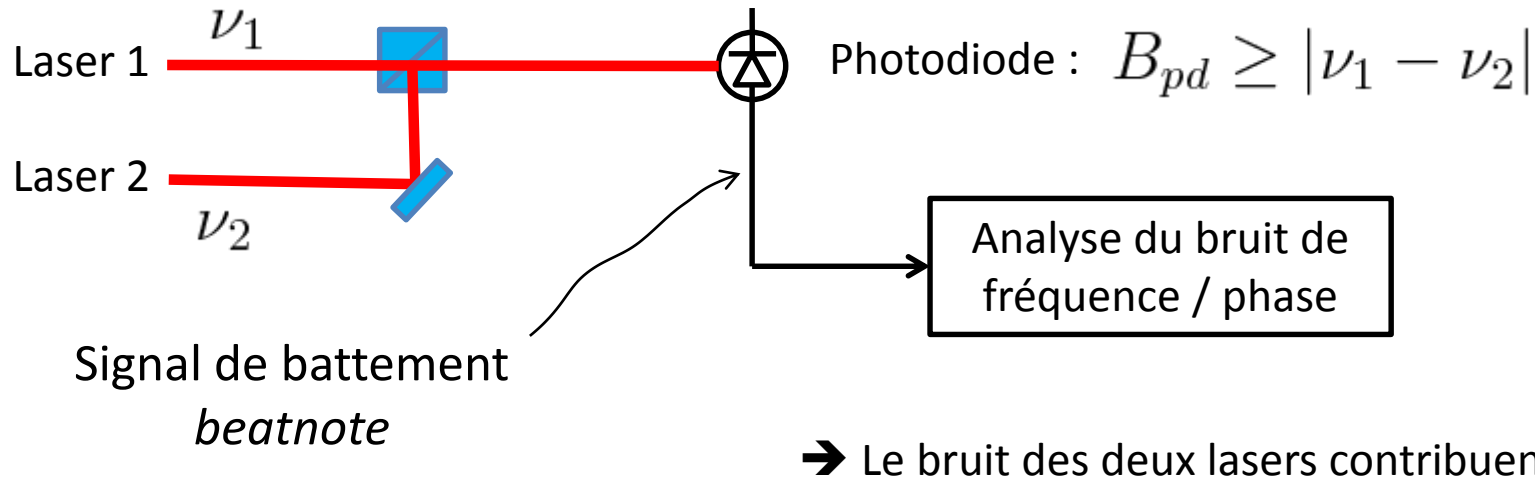


# Bruit de Phase / Fréq. Optique

Relation bruit de phase – bruit de fréquence:

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta\nu(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi(t)}{dt} \\ S_{\delta\nu}(f) = f^2 S_{\varphi}(f) \end{array} \right.$$

Transférer le signal laser / optique dans le domaine de l'électronique :



Particularité : bruit de phase de lasers plus grand que le bruit de source RF

# Interférence Optiques et Détection

Champs lasers :

$$\begin{cases} E_1(t) = A_1 e^{j(\omega_1 t + \phi)} \\ E_2(t) = A_2 e^{j\omega_2 t} \end{cases}$$

Interférence :

$$E(t) = E_1(t) + E_2(t)$$

Puissance vue par la photodiode :

$$I(t) = |E(t)|^2 = E(t) E^*(t)$$

$$I(t) = P_0 + P_m \cos((\omega_1 - \omega_2)t + \phi)$$

Avec

$$\begin{cases} P_0 = P_1 + P_2 = A_1^2 + A_2^2 \\ P_m = 2\sqrt{P_1 P_2} \end{cases}$$

Bon mode matching :

Recouvrement maximal des champs lasers

→ Réduire les sensibilité aux erreurs de pointé

→ Fibre optique

Sélectionner la même polarisation

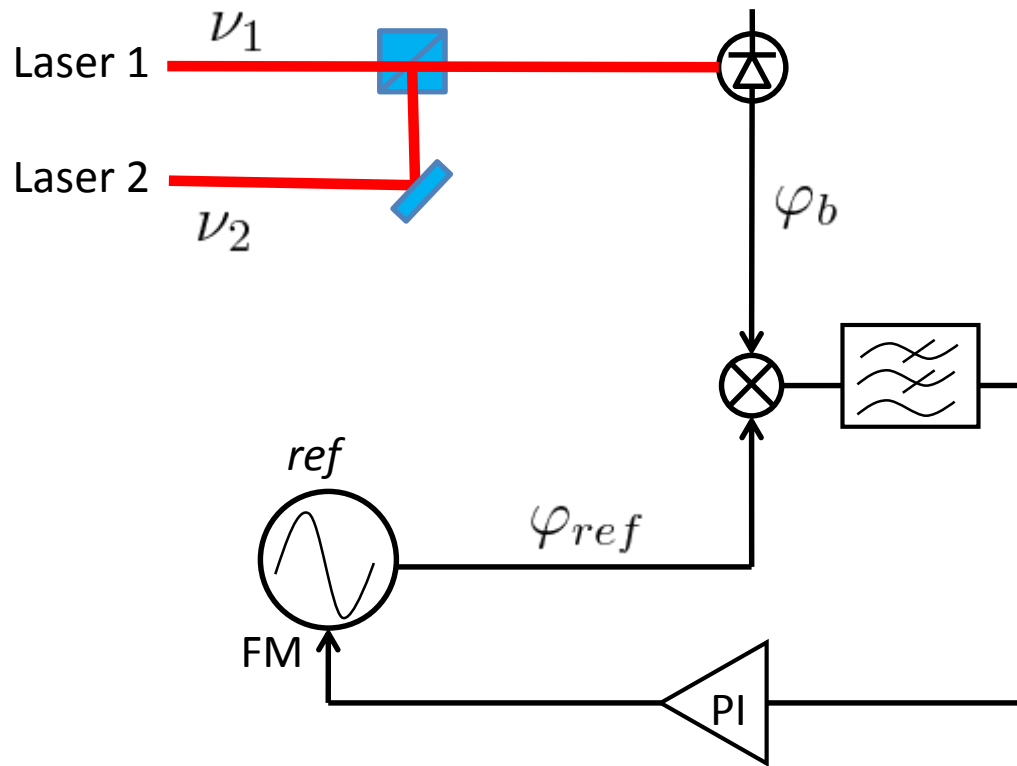
Shot Noise :

$$S^{sn}(f) = 2h\nu P_0$$

$$S^{sn}(f) = 2qiR$$

$$\rightarrow S_{\phi}^{sn}(f) = \frac{4h\nu}{\eta} \frac{P_0}{P_m^2}$$

# Mesure avec un « tracking oscillator »



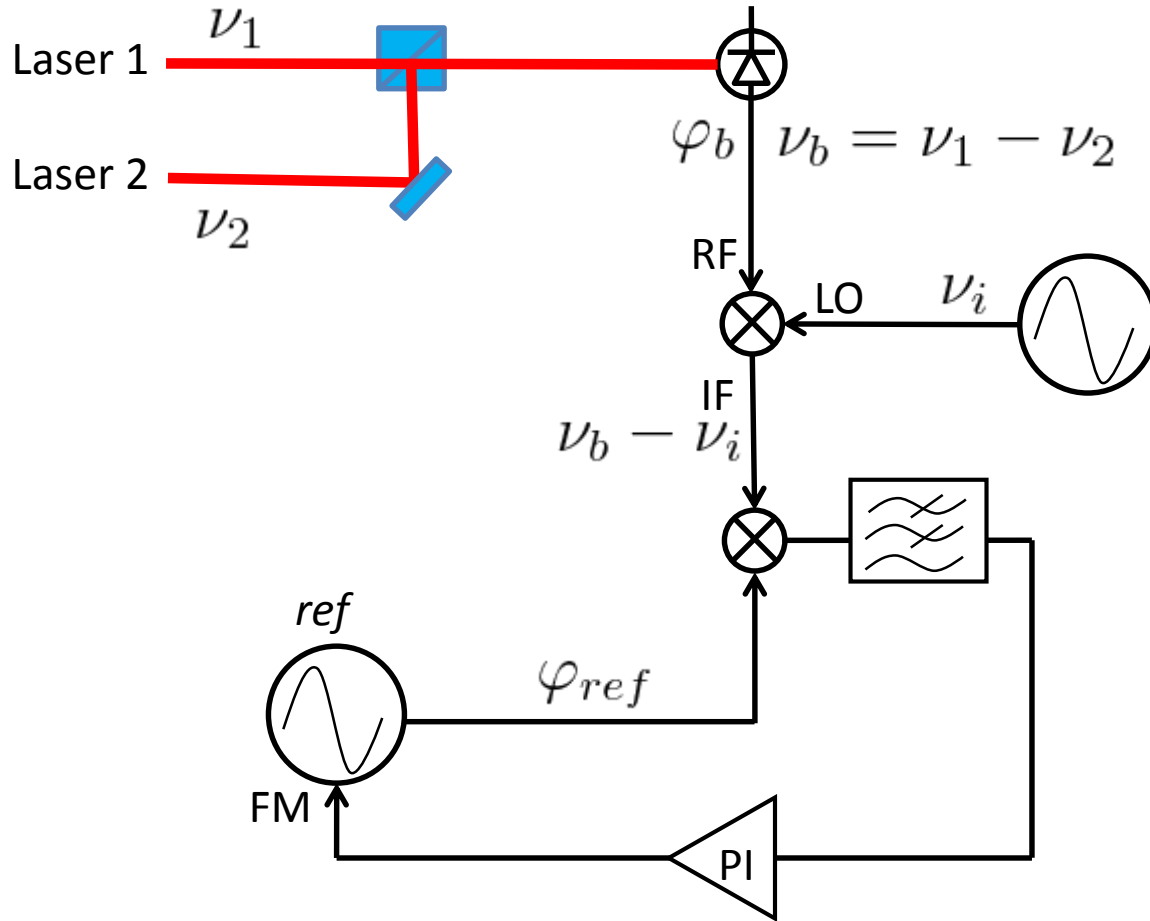
On a (quasiment) toujours :

$$S_{\varphi_b}(f) > S_{\varphi_{ref}}(f)$$

➔ La mesure donne le bruit de  $\varphi_b$

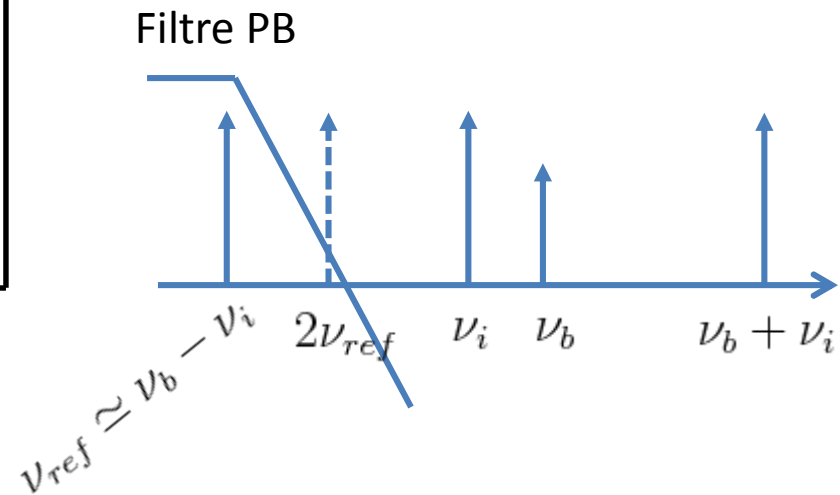
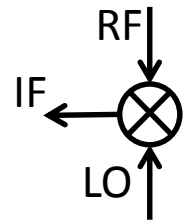
# Mesure avec un « tracking oscillator »

Mélangeur en conversion de fréquence :



$$P_{LO} = 7 \text{ dBm}$$

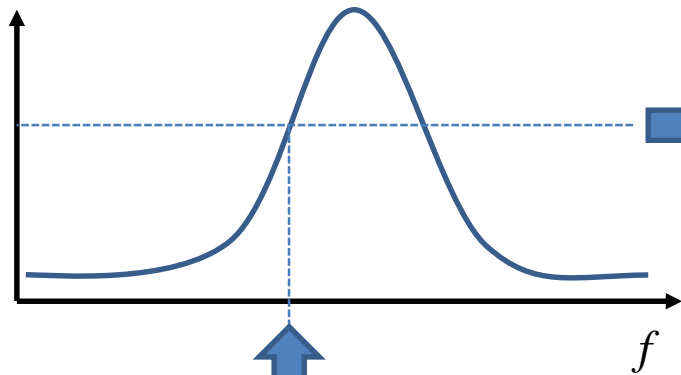
$$P_{RF} = 0 \text{ dBm}$$



# Comparaison à une résonance

Convertir le bruit de fréquence d'un laser en bruit de puissance à l'aide d'une résonance

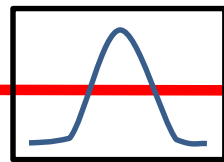
Puissance



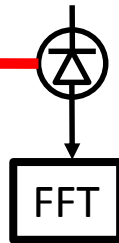
$\delta P(t)$

Atomes en cellules  
Cavité Fabry-pérot

$\delta\nu(t)$

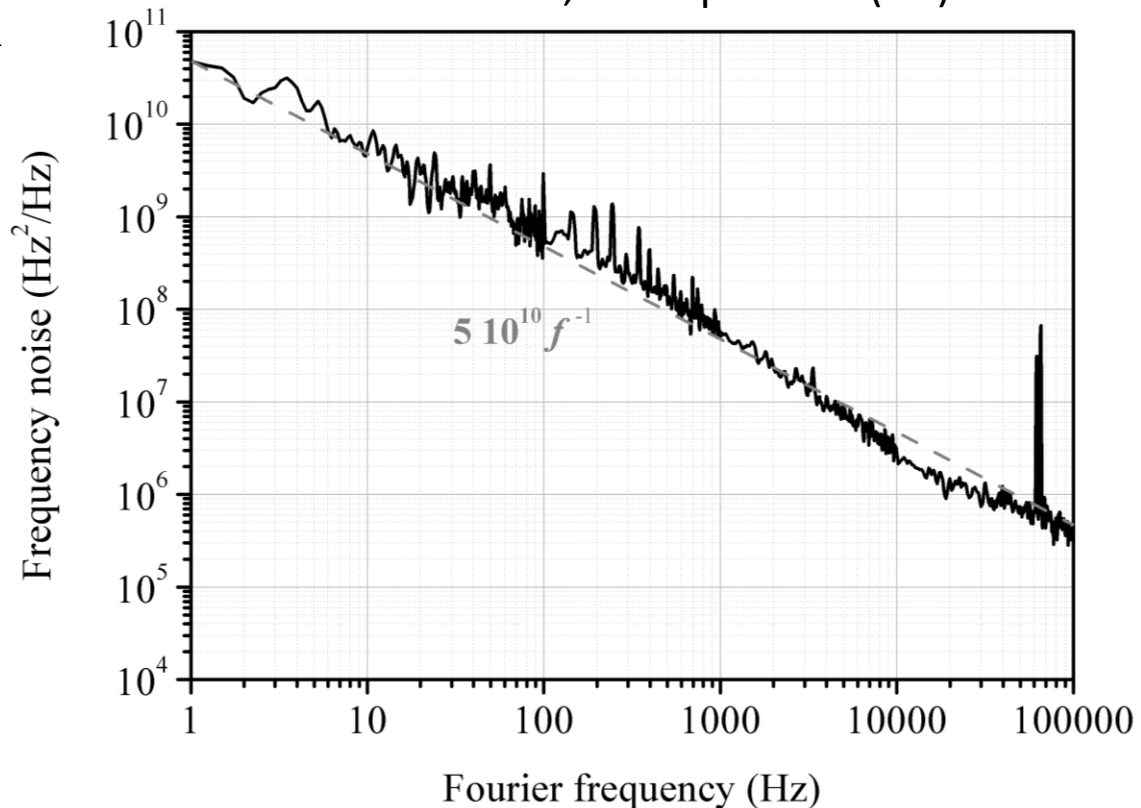


Résonateur



FFT

DFB 895 nm, Absorption Cs (D1)

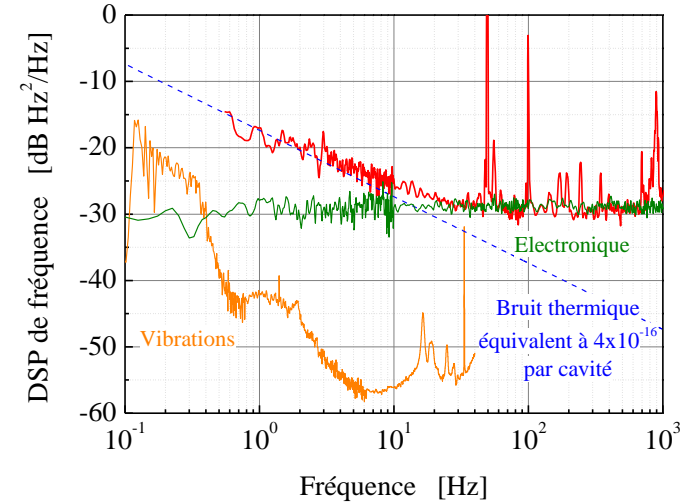
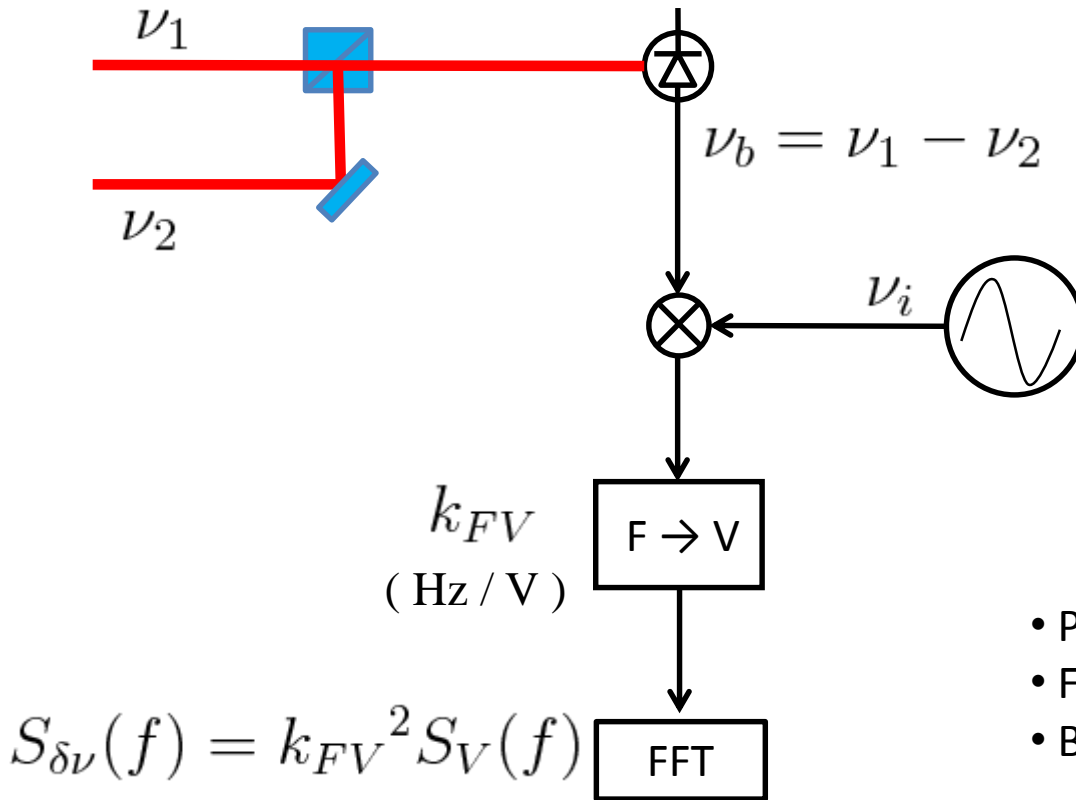


Limité par :

- RIN du laser
- Bruit du résonateur



# Convertisseur fréquence/tension



- Peu cher
- Facile à mettre en œuvre
- Bruit compatible avec « tous » les lasers

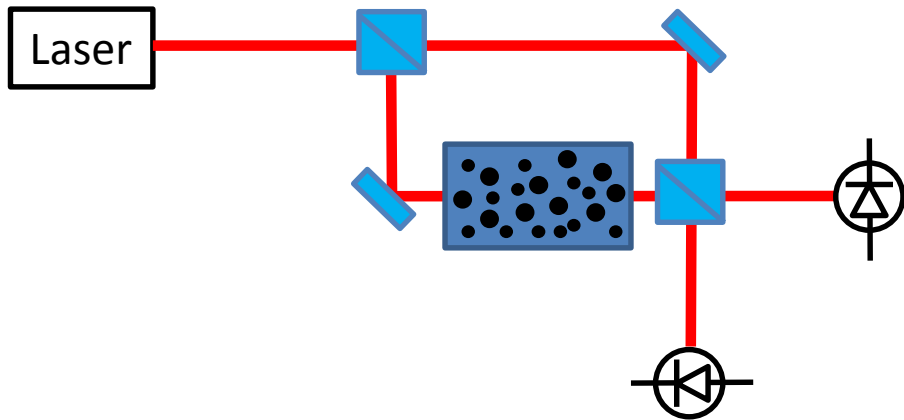
Bande passante assez faible :

Si la dérive est importante, ne permet pas un temps de mesure long

# Mach Zehnder

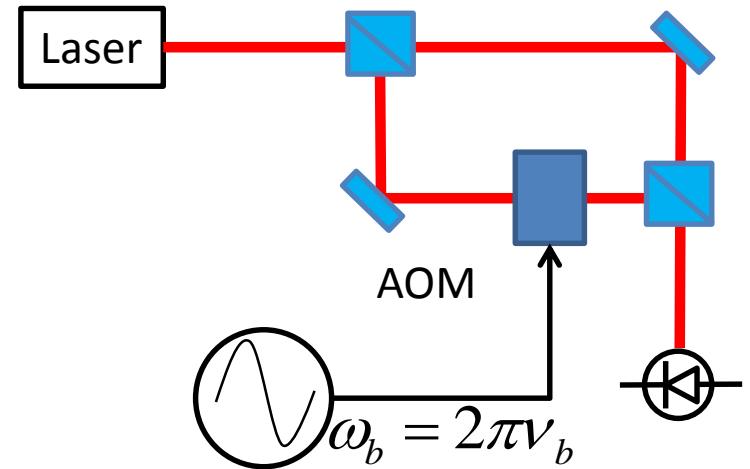
$$I(t) = P_0 + P_m \cos((\omega_1 - \omega_2)t + \phi)$$

Homodyne



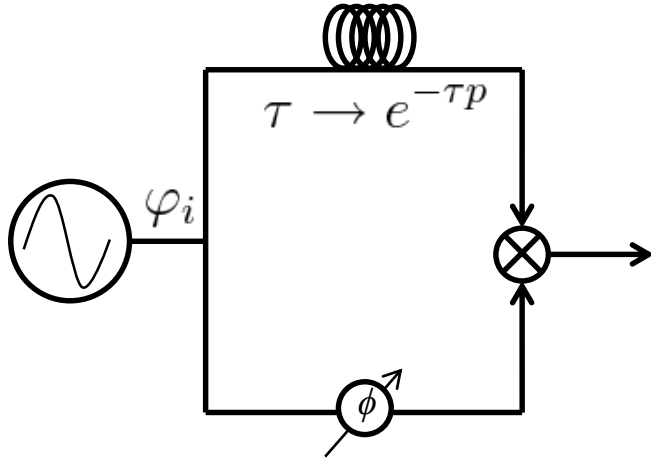
$$I(t) = P_0 + P_m \cos \phi$$

Hétérodyne



Signal RF :  $I(t) = P_m \cos(\omega_b t + \phi)$

# Self Hétérodyne

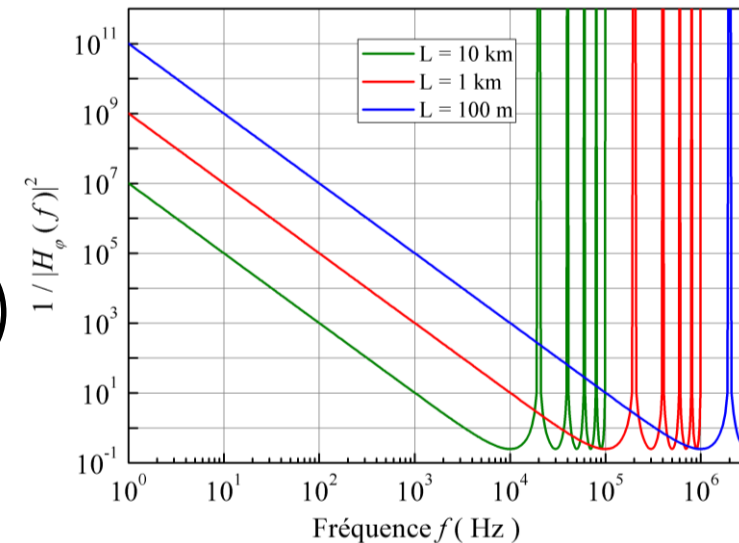
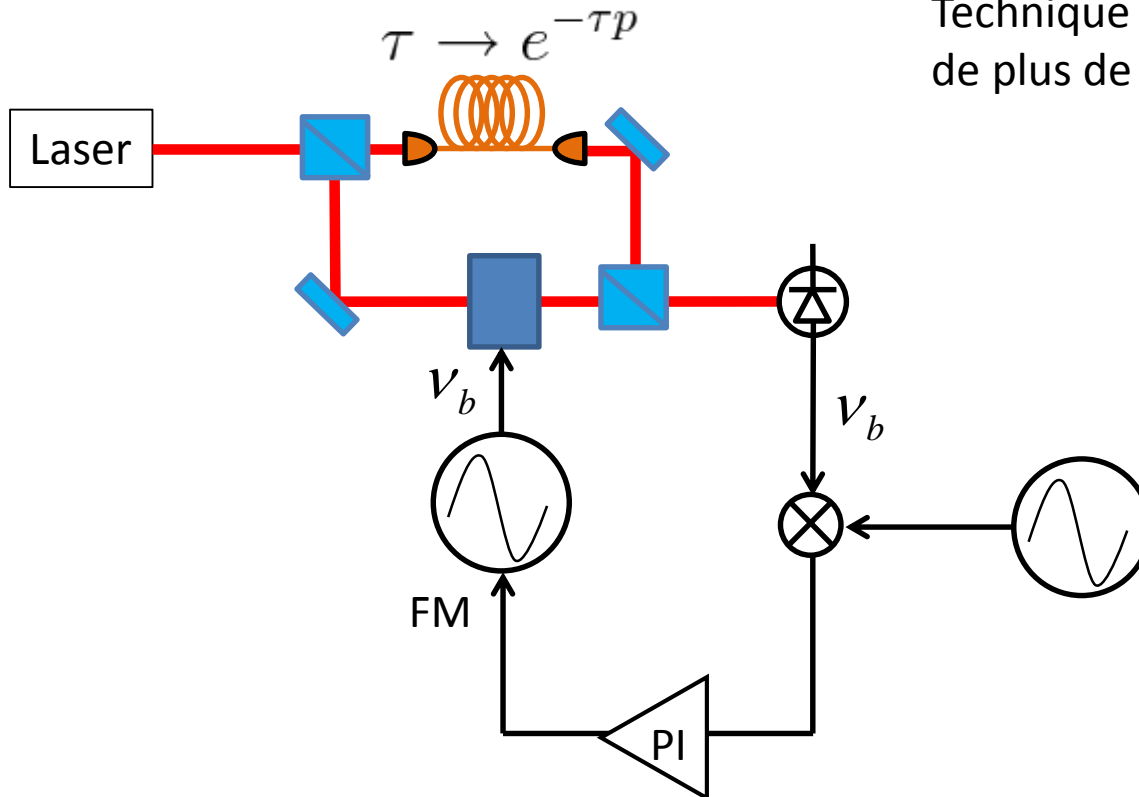


$$S_{\varphi_i}(f) = \frac{1}{|H_{\varphi}(f)|^2} S_{\varphi_o}(f)$$

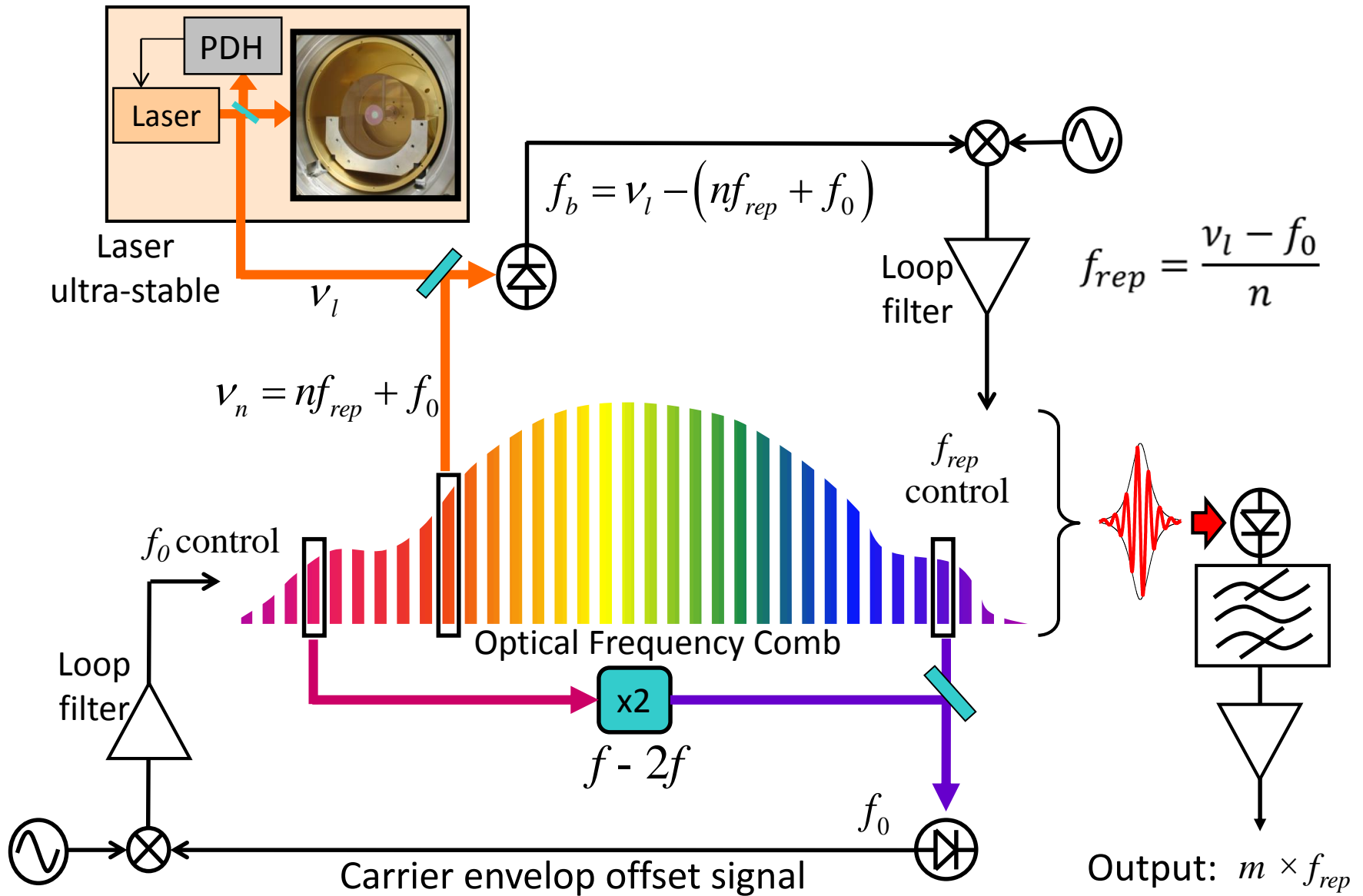
Retard plus grand que le temps de cohérence du laser

$$\tau_c = 1/(\pi \Delta \nu)$$

Technique limitée aux lasers de largeur de raie de plus de 1 kHz ( $\rightarrow$  63 km)



# Peigne de fréquence optique



# Conclusions

- Démoduler et mesurer le bruit de phase d'un signal : avoir second signal indépendant si possible « meilleur »
- Le bruit du signal d'erreur **ne** garantie **pas** les performances (exemple du RIN)

## Bugs dans les mesures

- Over range dans les FFT
- Attention aux alimentations à découpages de mauvaise qualité
- Masses : connections de masses et boucles de masses (surtout du 50 Hz and Co)
- Vérifier la correspondance entre la PSD et l'ADEV
- Pentes des courbes mesurés à comprendre