

Métrologie et statistiques : de l'horlogerie aux pulsars millisecondes

Directeur de thèse : Pr. François Vernotte, FEMTO-ST/Département Temps-Fréquence, Observatoire des Sciences de l'Univers THETA

Profil du candidat : Master 2 Physique ou Mathématiques appliquées

Contexte

Le temps est la grandeur physique qu'on mesure avec la plus grande précision, bien loin devant toutes les autres. Les progrès récents des horloges atomiques ont permis d'atteindre des stabilités relatives de l'ordre de quelques 10^{-18} , correspondant ainsi à une incertitude d'environ une seconde sur l'âge de l'Univers. Pourtant, ce n'est pas parce que ces incertitudes deviennent ridiculement petites qu'il faut les négliger, bien au contraire. Elles posent même d'épineux problèmes de statistiques et ont amené les horlogers tout d'abord, les ingénieurs puis les chercheurs ensuite à inventer la métrologie, la science de la mesure. Il importe en effet de distinguer des notions comme la stabilité, l'aptitude à délivrer des unités de temps constantes, de l'exactitude, l'aptitude à délivrer une unité de temps conforme à sa définition. La caractérisation d'une horloge passe ainsi par la création et l'utilisation d'estimateurs statistiques adaptés à identifier et à mesurer toutes ces nuances ce qui est d'autant plus délicat que la précision est élevée [1]. À Besançon, la recherche en temps-fréquence, héritière du passé horloger de la ville, est internationalement reconnue comme étant à l'état de l'art mondial, qu'il s'agisse de fabriquer de nouvelles horloges [2], comme les horloges à ions piégés par exemple, ou de les mesurer [3]. Cette problématique est d'autant plus importante aujourd'hui que la définition de la seconde est amenée à changer dans les quelques années à venir pour s'appuyer sur les principes physiques à l'œuvre dans les horloges modernes. D'autre part, la maîtrise du temps est un enjeu fondamental dans le domaine spatial. Toutes les mesures de position et de vitesse de satellites ou de sondes interplanétaires reviennent à des mesures ultra-précises de temps et de fréquence [4]. De même, le positionnement et la navigation par satellite (GPS, Galileo) reposent sur la mesure du temps de transit des signaux émis par ces satellites et qui voyagent à la vitesse de la lumière : une erreur de 3 milliardièmes de seconde se traduit par une erreur de positionnement d'un mètre [5]. Enfin, ce projet est aussi motivé par l'étude de phénomènes astronomiques périodiques, notamment la réception des impulsions provenant des pulsars millisecondes, dont les très fines irrégularités attendues par certains théoriciens, pourraient, si elles étaient détectées dans le flux des mesures obtenues, avoir des retombées de tout premier plan aussi bien en physique théorique qu'en cosmologie [6]. Un nouveau domaine pour la métrologie du temps s'ouvre ainsi, demandant de nouveaux outils statistiques à même de déceler les perturbations les plus infimes. L'expérience reconnue dans ce domaine au sein de FEMTO-ST et de l'Observatoire associée aux statisticiens du Laboratoire de Mathématiques de Besançon sera, à coup sûr, en mesure de relever ce défi. Ce sera également l'occasion de former un jeune chercheur dans le cadre d'une thèse afin de lui transmettre et d'enrichir le savoir accumulé dans ce domaine à la confluence de l'horlogerie, de la physique, du spatial et de l'astronomie.

Programme de travail

Le premier volet du travail attendu concerne principalement la caractérisation fine et l'amélioration d'un ensemble de méthodes d'estimation de la stabilité des horloges qui ont été développées récemment au sein du département temps-fréquence de FEMTO-ST et de l'OSU THETA et qui sont en train de révolutionner la métrologie du temps et des fréquences. Ces méthodes visent, d'une part, à rejeter l'essentiel du bruit de mesure pour mieux mettre en évidence les instabilités des horloges et, d'autre part, à intercomparer un ensemble d'au moins 3 horloges pour en déduire la stabilité de chacune. Elles reposent sur deux propriétés statistiques : sur l'usage des moindres carrés

qui permet une réjection optimale du bruit blanc avec le développement de la « variance parabolique » [7] ainsi que sur l'usage de covariances de signaux qui permet de ne conserver que la partie commune des signaux (« cross-spectra » d'une part [8], « covariance de Gros Lambert » [1] d'autre part). Ces outils ont déjà été partiellement caractérisés en terme de traitement du signal mais une analyse fine en terme de statistique bayésienne reste à faire, notamment pour permettre d'obtenir des intervalles de confiance fiables autour des mesures réalisées par ces estimateurs. D'autre part, il sera très utile également d'associer ces outils pour obtenir des estimateurs encore plus performants. On peut par exemple imaginer la « covariance parabolique » qui allierait réjection optimale du bruit blanc ainsi que de la partie non-commune (décorrélée) des deux signaux. Pour mener à bien ces tâches, le doctorant devra avoir une connaissance approfondie aussi bien des bases du traitement du signal (transformation de Fourier, convolutions, réponses impulsionnelles, fonctions de transfert, transformation en Z, etc.) que de l'analyse statistique des mesures (estimation, tests statistiques, problème inverse, analyse bayésienne, etc.).

Le deuxième volet concerne l'application de ces nouveaux outils sur trois champs principaux, déjà identifiés, d'autres pouvant survenir pendant la thèse.

En premier lieu, il s'agit de pouvoir estimer la stabilité des nouvelles horloges en gestation au département TF de FEMTO-ST (horloges à ion piégé, laser superradiant) et qui sont potentiellement destinées à battre des records mondiaux de stabilité. Le problème qui se pose alors consiste à estimer la stabilité d'une horloge qui est meilleure que toutes les autres ! Deux possibilités existent : construire au moins deux (voire trois) horloges identiques et les intercomparer, ce qui est pratiquement irréaliste, ou étudier l'horloge simultanément avec deux instruments indépendants reliés à deux horloges également indépendantes et de stabilité légèrement inférieure à celle de l'horloge mesurée. C'est ensuite l'utilisation d'estimateurs optimaux qui permettra d'obtenir la stabilité de cette nouvelle horloge. Un tel travail s'inscrira tout naturellement dans les activités du département Temps-Fréquence de FEMTO-ST et le doctorant y bénéficiera d'un environnement de travail idéal.

Ces nouveaux estimateurs pourront également être mis à profit pour le suivi à long terme des oscillateurs ultra-stables présents dans tous les satellites de même que les horloges atomiques présents dans les satellites de la constellation Galileo. Là encore, l'idée repose sur la réception simultanée des signaux provenant d'un même satellite par deux stations aux sols distantes de plusieurs centaines de km. L'éloignement géographique entraînera une décorrélation des effets atmosphériques perturbant la réception des signaux dans les deux stations et autorisera à remonter à la stabilité intrinsèque de l'horloge du satellite. Cette étude sera conduite en collaboration avec les collègues de Géoazur (Observatoire de la Côte d'Azur).

Enfin, ces nouveaux outils statistiques pourraient s'avérer déterminants pour un autre projet dans lequel nous sommes engagés : l'analyse des chronométrages de pulsars millisecondes. Là aussi, l'idée repose sur l'utilisation simultanée de deux radio-télescopes distants, par exemple Nançay en France et Jodrell Bank en Angleterre, pour étudier un même pulsar milliseconde. Dans ce contexte, le doctorant travaillera avec l'équipe de la station astronomique de Nançay et notamment du post-doctorant que nous venons de recruter conjointement entre FEMTO-ST et la station de Nançay (financement Labex FIRST-TF).

Dans le prolongement de son activité de recherche, le doctorant pourra également participer au développement de SigmaTheta, la suite logicielle de métrologie temps-fréquence initiée à l'OSU THETA (<https://theta.obs-besancon.fr/spip.php?article103>, licence CeCILL).

Déroulé de la thèse

- *1^{ère} année* : acquisition des concepts et outils spécifiques du temps fréquence (définitions de base, analyse spectrale, variance d'Allan, etc.), de la méthodologie développée au laboratoire (allers et retours entre l'analyse théorique et des simulations de Monte-Carlo massives), des points forts développés à Besançon (variance parabolique, cross-spectra,

covariance de Gros Lambert) puis des recherches actuelles (calculs d'intervalles de confiance d'estimateurs spécifiques)

- 2^{ème} année : application à des problèmes pratiques sur les horloges atomiques du laboratoire, sur la caractérisation des oscillateurs à bord des satellites et sur l'analyse des chronométrages de pulsars millisecondes
- 3^{ème} année : approfondissement et mobilité dans quelques autres laboratoires parmi ceux avec lesquels nous collaborons : par exemple, au niveau national, l'Observatoire de Paris, le CNES à Toulouse ou la station de radioastronomie de Nançay ; au niveau européen, l'INRIM à Turin, la PTB à Braunschweig, le LTF à Neuchâtel ou l'ESA à Noordwijk ; au niveau international, le NIST à Boulder.

Références

- [1] F. Vernotte and E. Lantz, Three-Cornered Hat and Gros Lambert Covariance: A first attempt to assess the uncertainty domains, IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 66(3), pp. 643-653, 2019
- [2] O. Pajot, F. Vernotte, C. Plantard and P.M. Mbaye, First working prototype of composite clock, Electronics Letters, 48(6), pp. 329-330, 2012
- [3] C.E. Calosso, F. Vernotte, V. Giordano, C. Fluhr, B. Dubois and E. Rubiola, Frequency Stability Measurement of Cryogenic Sapphire Oscillators with a Multichannel Tracking DDS and the Two-Sample Covariance, IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 66(3), pp. 616-623, 2019
- [4] A. Belli, P. Exertier, E. Samain, C. Courde, F. Vernotte, C. Jayles and A. Auriol, Temperature, radiation and aging analysis of the DORIS Ultra Stable Oscillator by means of the Time Transfer by Laser Link experiment on Jason-2, Advances in Space Research, 58(12), pp. 2589-2600, 2016
- [5] D. A. Howe, R. L. Beard, C. A. Greenhall, F. Vernotte, W. J. Riley and T. K. Pepler, Enhancements to GPS operations and clock evaluations using a "total" Hadamard deviation, IEEE transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 52(8), pp. 1253-1261, 2005
- [6] M. P. McHugh, G. Zalamansky, F. Vernotte, and E. Lantz, Pulsar timing and the upper limits on a gravitational wave background: A Bayesian approach, Physical Review D, 54(10), pp. 5993-6000, 1996
- [7] F. Vernotte, M. Lenczner, P.-Y. Bourgeois and E. Rubiola, The Parabolic variance (PVAR), a wavelet variance based on least-square fit, IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 63(4), 611-623, 2016
- [8] E. Rubiola and F. Vernotte, The cross-spectrum experimental method, arXiv:1003.0113